البراهين المية

في الرياضيات

تالتة اعدادي

مراجعة نهائية

هندسة

ترم تاني

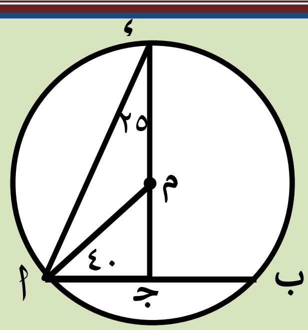
م / حسام سبع

٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦

رقم الصفحة	رقم التمرين

الاختبار	الاول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس	السابع	الثامن	التاسع	العاشر
الدرجة										

مثال ١ : في الشكل المقابل



أب وتر في الدائرة م ، ق(∠ ء) = ٣٥°

ق(∠ م أ جـ) = ٤٠°

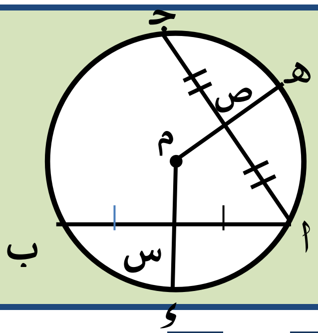
برهن ان جـ منتصف أب

البرهان : ∵ م ء = م أ = نق ∴ ق(∠م أ ء) = ق(∠ ء) = ٣٥°

∵ (∠ جـ م أ) خارجة عن Δ م أ ء ∴ ق(∠ جـ م أ) = ٣٥ + ٣٥ = ٥٠°

في Δ جـ م أ ق(∠م جـ أ) = ١٨٠ – (٤٠ + ٥٠) = ٩٠° ∴ ء جـ ⊥ أب ∴ جـ منتصف أب

مثال ٢ : في الشكل المقابل



أب ، أجـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

س منتصف أب ، ص منتصف أجـ ق (∠جـ أ ب) = ٧٠°

احسب : ق(∠ ء م هـ) ، **أثبت ان :** س ء = ص هـ

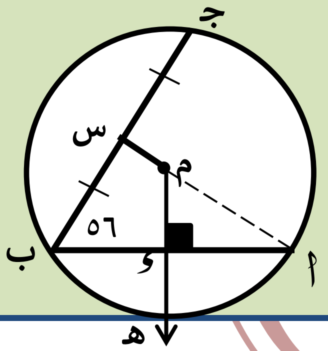
البرهان ∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب ، ∵ ص منتصف أجـ ∴ م ص ⊥ أجـ

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠س م ص) = ٣٦٠ –(٧٠ + ٩٠ + ٩٠) = ١١٠° ∴ ق(∠ ء م هـ) = ١١٠° اولا

∵ أب = أجـ ∴ م س = م ص ، ∵ م ء = م هـ = نق وبالطرح ∴ س ء = ص هـ

مثال ٣ : في الشكل المقابل



أب ، ب جـ وتران في الدائرة م التي طول نصف قطرها = ٥ سم

م ء ⊥ أب يقطع أب في ء ويقطع الدائرة م في هـ ق (∠أ ب جـ) = ٥٦°

س منتصف ب جـ ، أب = ٨ سم ، **أوجد :** طول ء هـ ، ق(∠ء م س)

البرهان: ∵ س منتصف ب جـ ∴ م س ⊥ ب جـ

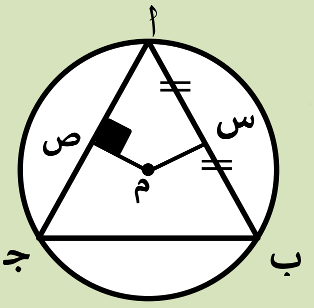
∴ ق(∠ ء م س) = ٣٦٠ – (٩٠ + ٩٠ + ٥٦) = ١٢٤° المطلوب اولا

العمل نرسم م أ = نق = ٥ سم ∵ م ء ⊥ أب ∴ ء منتصف أب ∴ أب = ٨ ÷ ٢ = ٤ سم

في Δ م أ ء ∵ م ء ⊥ أب ∴ م ء = √((٥)² – (٤)²) = √(٢٥ – ١٦) = √٩ = ٣ سم

∴ ء هـ = م هـ – م ء = ٥ – ٣ = ٢ سم

مثال ٢٥ : في الشكل المقابل   **تقريبا في كل امتحان**



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م فيه :

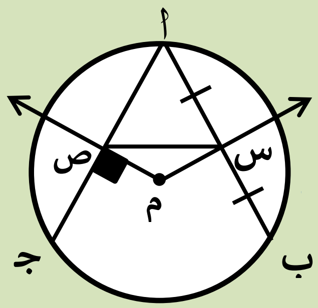
ق(∠ب) = ق(∠جـ) ، س منتصف أب ، م ص ⊥ أجـ

اثبت ان : م س = م ص

البرهان: في Δ أ ب جـ ∵ ق(∠ب) = ق(∠جـ) ∴ أ ب = أ جـ

∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب ∵ م ص ⊥ أجـ ، أ ب = أ جـ ∴ م س = م ص

مثال ٢٧ : في الشكل المقابل



أب ، أجـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م ، س منتصف أب

، م س يقطع الدائرة في ء م ص ⊥ أ جـ ويقطع الدائرة في هـ

اثبت ان : س ء = ص هـ ، ق(∠ص س ب) = ق(∠س ص جـ)

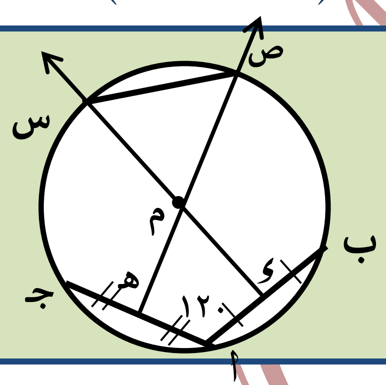
البرهان ∵ س منتصف أ ب ∴ م س ⊥ أجـ   أ ب = أ جـ ∴ م س = م ص

∵ م ء = م هـ = نق وبالطرح ∴ س ء = ص هـ   المطلوب اولا

في Δ س م ص ∵ م س = م ص ∴ ق(∠م س ص) = ق(∠ م ص س)

∵ ق(∠م س ب)=ق(∠ م ص جـ) وبالجمع ∴ ق(∠ص س ب) = ق(∠س ص جـ)

مثال ١٨ : في الشكل المقابل



أب ، أجـ وتران في الدائرة يحصران زاوية قياسها ١٢٠°

ء ، هـ منتصفات أب ، أجـ علي الترتيب ، رسم ءم ، هـ م فقطعا

الدائرة في س ، ص علي الترتيب اثبت ان : Δ س ص م متساوي الاضلاع

البرهان: ∵ ء منتصف أب ∴ م ء ⊥ أب ∴ ق(∠ أ ء م) = ٩٠

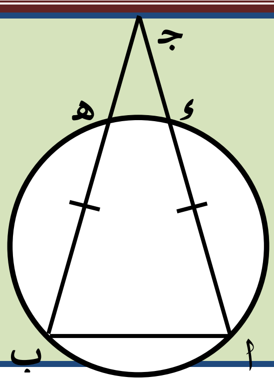
∵ هـ منتصف أجـ ∴ م هـ ⊥ أجـ ∴ ق(∠ أ هـ م) = ٩٠

∴ ق(∠ ء م هـ) = ٣٦٠° − (١٢٠ + ٩٠ + ٩٠) = ٦٠°

∴ ق(∠س م ص) = ق(∠ ء م هـ) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

∴ م س = م ص = نق ، ق(∠س م ص) = ٦٠° ∴ Δ س ص م متساوي الاضلاع

مثال ٤ : في الشكل المقابل



أ ء ، ب هـ وتران متساويان في الطول في الدائرة ، أ ء ∩ ب هـ = {ج}

اضافة وطرح بس لنيئة

اثبت ان : ج ء = ج هـ

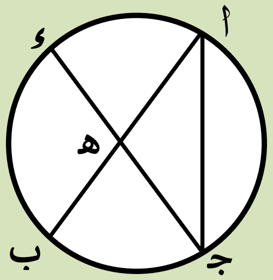
البرهان : ∵ أ ء ، ب هـ ∴ ق(⌒أ ء) = ق(⌒ب هـ) و باضافة ق(⌒ء هـ)

∴ ق(⌒أ هـ) = ق(⌒ب ء) ∴ ق(∠ب) = ق(∠أ)

∴ أ ج = ب ج ، ∵ أ ء ، ب هـ وبالطرح ∴ ج ء = ج هـ

مثال ٥ : في الشكل المقابل

طرح يا جميل



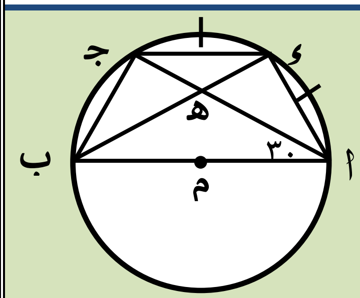
أ ب ، ج ء وتران متساويان في الطول في الدائرة ، أ ب ∩ ج ء = {هـ}

اثبت ان : △ أ ج هـ متساوي الساقين

البرهان : ∵ أ ب ، ج ء ∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒ج ء) و بطرح ق(⌒ب ء)

∴ ق(⌒أ ء) = ق(⌒ج ب) ∴ ق(∠ج) = ق(∠أ) ∴ △ أ ج هـ متساوي الساقين

مثال ٦ : في الشكل المقابل



أ ب قطر في الدائرة م ، ج ∈ للدائرة م ، ق(∠ج أ ب) = ٣٠°

ء منتصف ⌒أ ج ، ء ب ∩ أ ج = {هـ}

اوجد : ١ ق(∠ب ء ج) ٢ ق(⌒أ ء) **اثبت ان** : أ ب // ج ء

البرهان : ∵ (∠ب ء ج) = (∠ب أ ج) محيطيتان مشتركتان في ب ج ∴ ق(∠ب ء ج) = ٣٠°

∵ ق(∠ج أ ب) = ٣٠° ∴ ق(⌒ب ج) = ٣٠ × ٢ = ٦٠°

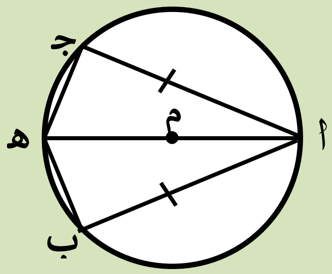
∵ أ ب قطر في الدائرة م ∴ ق(⌒أ ب) = ١٨٠° ∴ ق(⌒أ ج) = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠°

∵ ء منتصف ⌒أ ج ∴ ق(⌒أ ء) = ١٢٠ ÷ ٢ = ٦٠°

∵ ق(∠أ ج ء) = $\frac{١}{٢}$ = ق(⌒أ ء) = ٣٠°

∴ ق(∠أ ج ء) = ق(∠ب ء ج) = ٣٠° وهما في وضع تبادل ∴ أ ب // ج ء

مثال ٧ : في الشكل المقابل

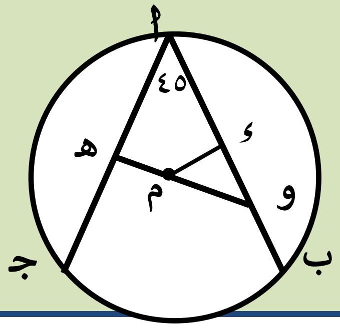


$\overline{أب} = \overline{أجـ}$ ، هـ ∈ $\overset{\frown}{ب جـ}$

اثبت ان : ق(∠أهـ ب) = ق(∠أهـ جـ)

البرهان : ∵ $\overline{أب} = \overline{أجـ}$ ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{أجـ}$) ∴ ق(∠أهـ ب) = ق(∠أهـ جـ)

مثال ٨ : في الشكل المقابل



$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران في الدائرة م ، ق(∠ب أ جـ) = ٤٥°

ء ، هـ منتصفات $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ علي الترتيب

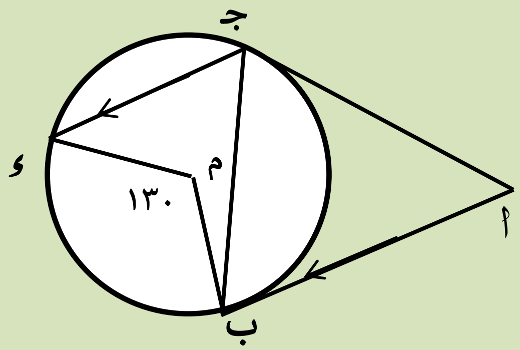
اثبت ان : المثلث ء و م متساوي الساقين ء

البرهان: ∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{أب}$ ∴ ق(∠ب ء م) = ٩٠° وبالمثل ق(∠م هـ أ) = ٩٠°

في Δ أ و هـ ق(∠أ و هـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٤٥) = ٤٥°

في Δ ء و م ق(∠ء و م) = ١٨٠ − (٩٠ + ٤٥) = ٤٥° ∴ Δ ء و م متساوي الساقين

مثال ٩ : في الشكل المقابل



أ ب ، أجـ قطعتان مماستان للدائرة م ، أ ب // جـ ء

ق(∠ب م ء) = ١٣٠

اثبت ان : جـ ب ينصف زاوية ∠ أجـ ء

: اوجد ق(∠أ)

∵ ق(∠ب جـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق(∠م) محيطية ومركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{ب ء}$

∴ ق(∠ب جـ ء) = $\frac{1}{2}$ × ١٣٠ = ٦٥° (١)

∵ أ ب // جـ ء ∴ ق(∠أب جـ) = ق(∠ب جـ ء) = ٦٥° بالتبادل

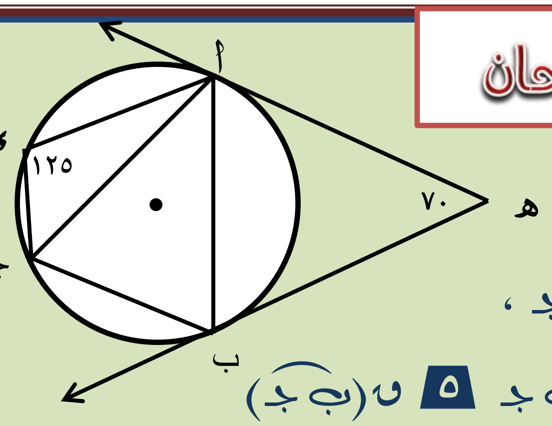
∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م ∴ أ ب = أ جـ

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠أ ب جـ) = ٦٥° (٢)

من (١)،(٢) ∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠ب جـ ء) ∴ جـ ب ينصف زاوية ∠ أجـ ء اولا

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٢ × ٦٥) = ٥٠° المطلوب ثانيا

في الامتحان



مثال ١٠ : في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{هـ أ}$ ، $\overleftarrow{هـ ب}$ مماسين للدائرة من نقطة هـ

ق(∠ أ هـ ب) = ٧٠° ، ق(∠ ء أ جـ)=١٢٥°

اثبت ان **١** أ ب ينصف (∠ هـ ب جـ) **٢** أ ب = أ جـ ،

٣ أ جـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ **٤** هـ أ // ب جـ **٥** ق(ب جـ)

∵ $\overleftarrow{هـ أ}$ ، $\overleftarrow{هـ ب}$ مماسين للدائرة ∴ $\overline{هـ أ}$ = $\overline{هـ ب}$ ∴ ق(∠هـ أ ب)= ق(∠هـ ب أ)= $\frac{١٨٠ - ٧٠}{٢}$ = ٥٥°

∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ أ ب جـ) = ١٨٠ – ١٢٥ = ٥٥°

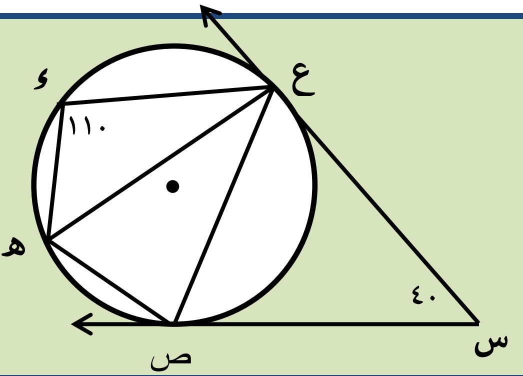
∵ (∠هـ ب أ) = ق(∠ أ ب جـ) = ٥٥° أ ب ينصف (∠ هـ ب جـ) **المطلوب اولا**

∵ ق(∠ أ جـ ب) المحيطية = ق(∠هـ ب أ) المماسية = ٥٥° ∴ أ ب = أ جـ **المطلوب ثانيا**

∵ ق(∠ ب أ جـ) = ١٨٠ – (٥٥ + ٥٥) = ٧٠°

∴ ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠هـ) = ٧٠° ∴ أ جـ مماس للدائرة المارة بالنقط : أ ، ب ، هـ **ثالثا**

∴ ق(∠ هـ أ ب) = ق(∠ أ ب جـ) = ٥٥° وهما في وضع تبادل ∴ هـ أ // ب جـ



مثال ١١ : في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{س ص}$ ، $\overleftarrow{س ع}$ مماسين للدائرة من نقطة س

ق(∠س) = ٤٠° ، ق(∠ ء)=١١٠°

اثبت ان : ق(ع ء هـ) = ق(ع ص)

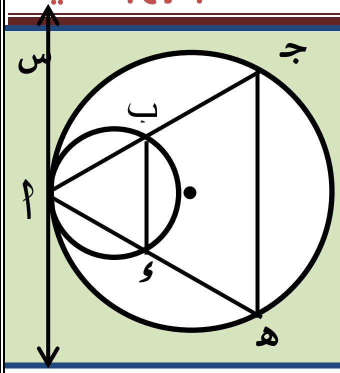
∵ $\overleftarrow{س ص}$ ، $\overleftarrow{س ع}$ مماسين للدائرة ∴ $\overline{س ص}$ = $\overline{س ع}$ ∴ ق(∠س ص ع)= $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

∵ ق(∠ع هـ ص) المحيطية = ق(∠س ع ص) المماسية ∴ ق(∠ع هـ ص) = ٧٠° (١)

∵ الشكل ص ع ء هـ رباعي دائري ∴ ق(∠ع ص هـ) + ق(∠ ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠ع ص هـ) = ١٨٠ – ١١٠ = ٧٠° (٢)

من (١)،(٢) ∴ ق(∠ع هـ ص)=ق(∠ع ص هـ) ∴ ع هـ = ع ص ∴ ق(ع ء هـ) = ق(ع ص)



تثبت

مثال ١٢ : في الشكل المقابل :

دائرتان متماستان في أ ، أس مماس مشترك لهما عند أ

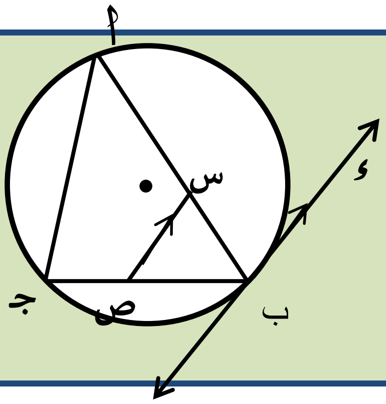
أب ، أ ء يقطعان الدائرة الصغري في ب ، ء ويقطعان الدائرة الكبري في جـ ، هـ

اثبت ان : ب ء // هـ جـ

في الدائرة الصغري : ∵ ق(∠ س أ ب) المماسية = ق(∠ أ ء ب) المحيطية (١)

في الدائرة الكبري : ∵ ق(∠ س أ جـ) المماسية = ق(∠ أ هـ جـ) المحيطية (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ هـ جـ) وهما في وضع تناظر ∴ ب ء // هـ جـ



كزبرة

مثال ١٣ : في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، ب ء مماس للدائرة عند ب

س ∈ أ ب ، ص ∈ ب جـ بحيث س ص // ب ء

اثبت ان : الشكل أ س ص جـ رباعي دائري

∵ ق(∠ أ ب ء) المماسية = ق(∠ جـ) المحيطية (١)

∵ س ص // ب ء ، س ب قاطع لهما ∴ ق(∠ ص س ب) = ق(∠ س ب ء) بالتبادل (٢)

من (١)،(٢) ∴ ق(∠ جـ) = ق(∠ ص س ب) الخارجة ∴ الشكل أ س ص جـ رباعي دائري

مثال ١٤ : أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة أ ء مماس للدائرة عند أ ، س ∈ أ ب

ص ∈ أ جـ ، حيث س ص // ب جـ ، **اثبت ان** : أ ء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

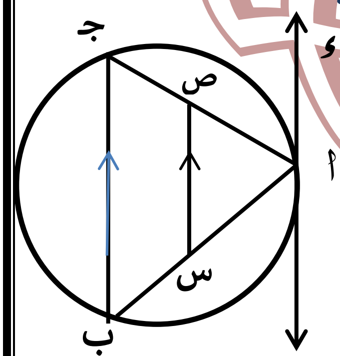
∵ أ ء مماس للدائرة عند أ ∴ ق(∠ ء أ جـ) المماسية = ق(∠ ب) المحيطية

∵ س ص // ب جـ ، أ ب قاطع لهما

∴ ق(∠ أ س ص) = ق(∠ ب) بالتناظر

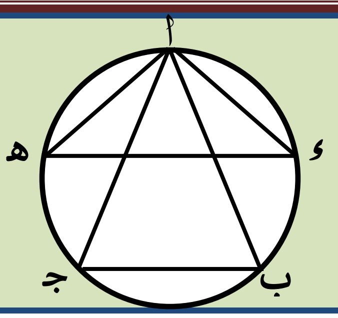
∴ ق(∠ ء أ جـ) = ق(∠ أ س ص) ،

∴ أ ء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص



بقدونس

مثال ١٥ : في الشكل المقابل



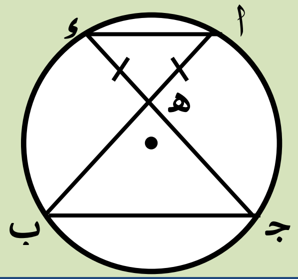
أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن : ق(∠ء أ جـ) = ق(∠ب أ هـ)

البرهان : ∵ $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ ق($\overset{\frown}{\text{ء ب}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{هـ جـ}}$) ∴ ق(∠ء أ ب) = ق(∠هـ أ جـ)

وبإضافة ق(∠هـ أ جـ) للطرفين ∴ ق(∠ء أ جـ) = ق(∠ب أ هـ) **(و هو المطلوب)**

مثال ١٦ : في الشكل المقابل



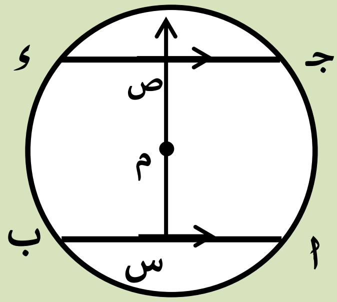
$\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = {هـ} ، هـ أ = هـ ء

أثبت أن : هـ ب = هـ جـ

البرهان : ∵ هـ أ = هـ ء ∴ ق(∠أ) = ق(∠ء) ∴ $\overset{\frown}{\text{ب ء}}$ = $\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$

∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) ∴ هـ ب = هـ جـ

مثال ١٧ : في الشكل المقابل



م دائرة $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$ س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

رسم $\overrightarrow{\text{س م}}$ فقطع $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ في ص

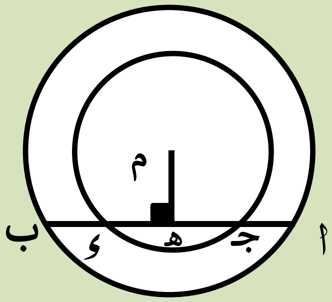
أثبت أن : ص منتصف جـ ء

البرهان: ∵ س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق(∠أ س ص) = ٩٠°

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$ ، س ص قاطع لهما ∴ ق(∠س ص ء) = ق(∠أ س ص) = ٩٠° بالتبادل

∴ $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{جـ ء}}$ ∴ ص منتصف جـ ء و هو المطلوب اثباته

مثال ١٩ : في الشكل المقابل



دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أب}$ وتر في الدائرة الكبرى

ويقطع الدائرة الصغرى في جـ ، ء ، م هـ $\perp$ $\overline{أب}$

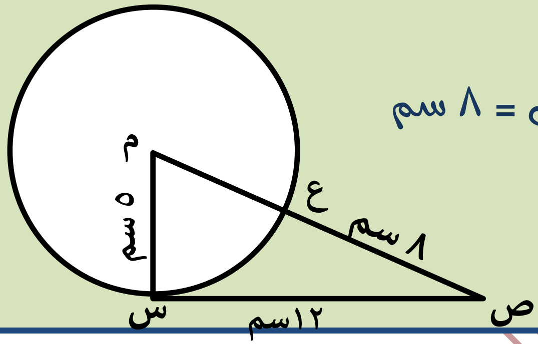
اثبت ان : أ جـ = ب ء

البرهان: في الدائرة الكبرى ∵ $\overline{م هـ} \perp \overline{أب}$ ∴ هـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ أ هـ = هـ ب (١)

في الدائرة الصغرى ∵ $\overline{م هـ} \perp \overline{جـ ء}$ ∴ هـ منتصف $\overline{جـ ء}$ ∴ جـ هـ = هـ ء (٢)

من (١) ، (٢) وبالطرح ∴ أ جـ = ب ء

مثال ٢٠ : في الشكل المقابل



م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، س ص = ١٢ سم ، ع ص = ٨ سم

م ص ∩ الدائرة م = {ع}

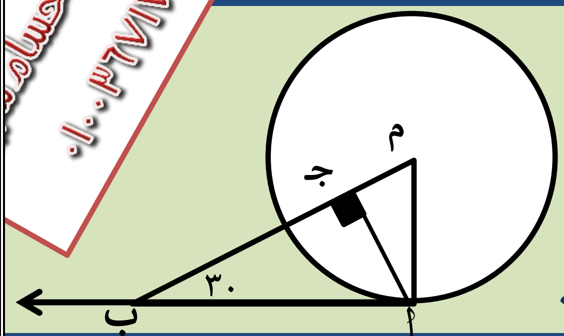
اثبت ان $\overleftrightarrow{س ص}$ مماس للدائرة م عند س

البرهان : م ع = م س = نق = ٥ سم ، ∴ م ص = ١٣ سم

∵ $(م ص)^2 = (١٣)^2 = ١٦٩$ ، $(ص س)^2 + (م س)^2 = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩$

∴ $(م ص)^2 = (ص س)^2 + (م س)^2$ ∴ ق(∠م س ص) = ٩٠° ∴ $\overleftrightarrow{س ص}$ مماس للدائرة م عند س

مثال ٢١ : في الشكل المقابل



أ ب مماس للدائرة م عند أ ، م أ = ٨ سم

ق(∠أ ب م) = ٣٠° ، $\overline{أ جـ} \perp \overline{م ب}$

اوجد : طول أ ب ، أ جـ مستر حسام سبع ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦.

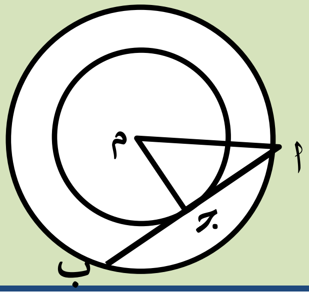
البرهان : ∵ أ ب مماس للدائرة م عند أ ∴ أ جـ ⊥ م ب ∴ ق(∠م أ ب) = ٩٠°

∵ ق(∠أ ب م) = ٣٠° ∴ م ب = ٢ م أ = ١٦ سم

∴ أ ب = $\sqrt{(١٦)^2 - (٨)^2} = \sqrt{٢٥٦ - ٦٤} = \sqrt{١٩٢} = ٨\sqrt{٣}$ سم

في △ أ جـ ب قائم الزاوية في جـ ∵ ق(∠أ ب م) = ٣٠° ∴ م جـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب = $٤\sqrt{٣}$ سم

مثال ٢٢ : في الشكل المقابل



أ ب وتر في الدائرة الكبري يمس الدائرة الصغري في جـ

أ ب = ٨ سم وطول نصف قطر الدائرة الدائرة الكبري = ٥ سم

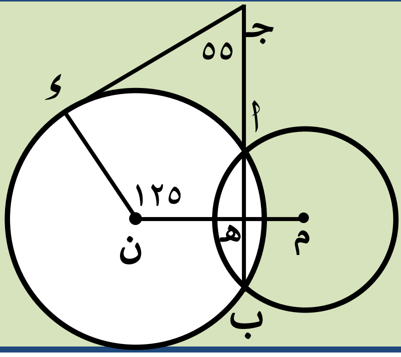
اوجد طول نصف قطر الدائرة الصغري

البرهان : في الدائرة الصغري ∵ $\overline{أب}$ مماس للدائرة عند جـ ∴ $\overline{مجـ} \perp \overline{أب}$

في الدائرة الكبري ∵ $\overline{مجـ} \perp \overline{أب}$ ∴ جـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{أجـ}$ = ٤ سم

في Δ أ جـ م قائم الزاوية في جـ م جـ = $\sqrt{(أم)^2 - (أجـ)^2}$ = $\sqrt{25 - 16}$ = $\sqrt{9}$ = ٣ سم

مثال ٢٣ : في الشكل المقابل



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، جـ ∈ $\overline{أب}$

ء ∈ للدائرة ن ، ق(∠م ن ء) = ١٢٥° ، ق(∠ب جـ ء) = ٥٥°

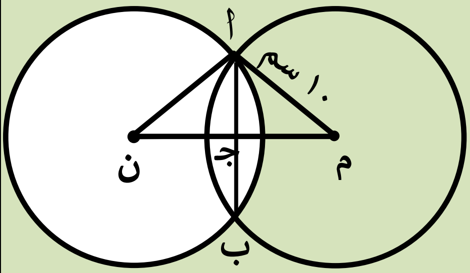
اثبت ان : $\overleftrightarrow{جـ ء}$ مماس للدائرة ن عند ء

∵ م ن خط مركزين ، أ ب الوتر المشترك للدائرتين أ ب ⊥ م ن ∴ ق(∠أ هـ ن) = ٩٠°

∵ قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠° ∴ ق(∠جـ ء ن) = ٣٦٠ - (٥٥ + ١٢٥ + ٩٠) = ٩٠°

∴ ن ء ⊥ ء جـ ∴ $\overleftrightarrow{جـ ء}$ مماس للدائرة ن عند ء

مثال ٢٤ : في الشكل المقابل



م ، ن دائرتان متطابقتان و متقاطعتان في أ ، ب ، م أ = ١٠ سم

أ ب = ١٢ سم

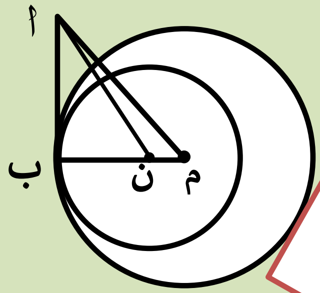
اوجد بالبرهان طول : م ن

∵ م ن خط مركزين ، أ ب الوتر المشترك للدائرتين أ ب ⊥ م ن ∴ جـ منتصف أ ب

∴ أ جـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ∴ م جـ = $\sqrt{(أم)^2 - (أجـ)^2}$ = $\sqrt{100 - 36}$ = $\sqrt{64}$ = ٨ سم

في Δ أ م ن ∵ أ م = أ ن = نق ، أ جـ ⊥ م ن ∴ م ن = ٢ م جـ = ٢ × ٨ = ١٦ سم

مثال ٢٦ : في الشكل المقابل



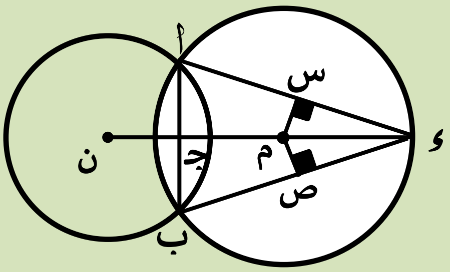
م ، ن دائرتان طولا نصفي قطريهما ١٠ سم ، ٦ سم علي الترتيب
ومتماسان من الداخل في أ ، أب مماس مشترك لهما عند أ
فإذا كانت مساحة Δ ب م ن = ٢٤ سم ٢ : اوجد طول : أ ب

البرهان : ∵ الدائرتان متماستان من الداخل ∴ م ن = ١٠ − ٦ = ٤ سم

∵ م ن ⊥ أ ب ∴ م Δ ب م ن = $\frac{١}{٢}$ × م ن × أ ب ∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × أ ب

∴ ٢٤ = ٢ أ ب ∴ أ ب = ١٢ سم

مثال ٢٨ : في الشكل المقابل



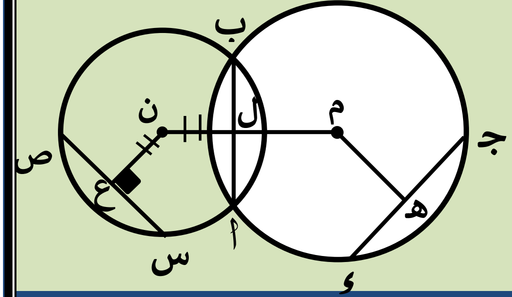
الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} ، أب ∩ م ن = {جـ}
ء ∈ م ن ، م س ⊥ أ ء ، م ص ⊥ ب ء
اثبت ان : م س = م ص

البرهان ∵ الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} ∴ م ن محور تماثل أ ب

في Δ أ ب ء : ∵ ء جـ محور تماثل أ ب ∴ أ ء = ب ء

∵ م س ⊥ أ ء ، م ص ⊥ ب ء ∴ م س = م ص … و هو المطلوب اثباته

مثال ٢٩ : في الشكل المقابل



الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} ، هـ منتصف جـ ء
م هـ = م ل ، ن ل = ن ع ، ن ع ⊥ س ص
اثبت ان : جـ ء = س ص

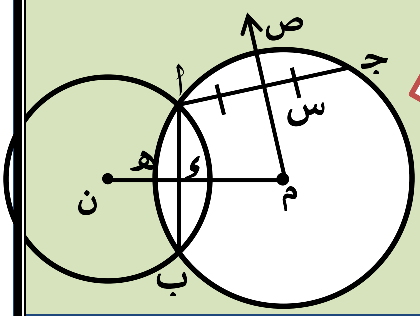
البرهان في الدائرة م ∵ هـ منتصف جـ ء ∴ م هـ ⊥ جـ ء

أ ب الوتر المشترك ، م ن خط المركزين ∴ م ن ⊥ أ ب ∵ م هـ = م ل ∴ أ ب = جـ ء (١)

في الدائرة ن ∴ م ن ⊥ أ ب ، ن ع ⊥ س ص ، ن ل = ن ع ∴ أ ب = س ص (٢)

من (١) ، (٢) ∴ جـ ء = س ص

مثال ٣٠ : في الشكل المقابل



الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} ، س منتصف $\overline{أجـ}$ ، رسم م ن

يقطع $\overline{أب}$ في ء والدائرة م في هـ ، أجـ = أ ب ، ق(∠جـ أب) = ١٠٠ **اثبت ان**

١ س ص = ء هـ **٢** الشكل أ س م ء رباعي دائري **٣** ق(∠س م ء)

البرهان ∵ $\overline{أب}$ وتر المشترك للدائرتين م ، ن ، م ن خط المركزين ∴ م ء ⊥ $\overline{أب}$

∵ س منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ م س ⊥ $\overline{أجـ}$ ∵ أجـ = أ ب

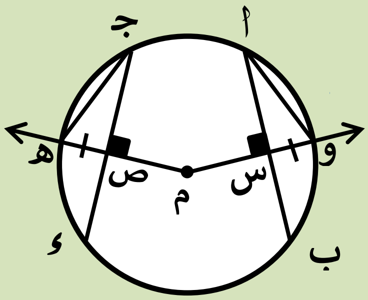
∴ م س = م ء ، ∵ م ص = م هـ = نق وبالطرح ∴ س ص = ء هـ **المطلوب اولا**

∵ م س ⊥ $\overline{أجـ}$ ، م ص ⊥ $\overline{أب}$ ∴ ق(∠ أس م) + ق(∠ أ ء م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠

∴ الشكل أ س م ء رباعي دائري **المطلوب ثانيا**

∵ ق(∠س م ء) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١٠٠) = ٨٠

مثال ٣١ : في الشكل المقابل



$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران في الدائرة م ، م س ⊥ $\overline{أب}$ ويقطع الدائرة في و

م ص ⊥ جـ ء ويقطع الدائرة في هـ ، و س = هـ ص

اثبت ان : أ ب = جـ ء ، أ و = جـ هـ

البرهان ∵ م و = م هـ = نق ، و س = هـ ص وبالطرح ∴ م س = م ص

∵ م س ⊥ $\overline{أب}$ ، م ص ⊥ $\overline{جـء}$ ∴ أ ب = جـ ء (المطلوب اولا)

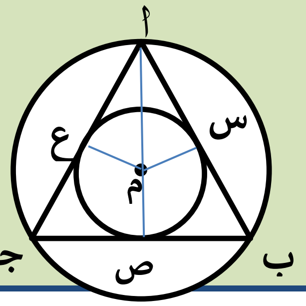
∵ م س ⊥ $\overline{أب}$ ، س منتصف $\overline{أب}$ ∴ أ س = $\frac{١}{٢}$ $\overline{أب}$

∵ م ص ⊥ $\overline{جـء}$ ، ص منتصف جـ ء ∴ جـ ص = $\frac{١}{٢}$ جـ ء ∵ أ ب = جـ ء ∴ أ س = جـ ص

△△ أ س و ، جـ ص هـ فيهما } أ س = جـ ص ، س و = ص هـ ، ق(∠أس و) = ق(∠جـ ص هـ)

∴ △ أ س و ≡ △ جـ ص هـ وينتج ان : أ و = جـ هـ (المطلوب ثانيا)

مثال ٣٢ : في الشكل المقابل



دائرتان متحدتا المركز ، طولا نصفي قطريهما ٤ سم ، ٢ سم رسم المثلث أ ب جـ بحيث تقع رؤوسه علي الدائرة الكبري وتمس اضلاعه الدائرة الصغري في س ، ص ، ع ، اثبت ان : Δ أ ب جـ متساوي الاضلاع واوجد مساحته

العمل : نرسم $\overline{\text{م ص}}$ ، $\overline{\text{م س}}$ ، $\overline{\text{م ع}}$ ، $\overline{\text{م أ}}$

البرهان : $\because$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة عند س $\therefore$ $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ وبالمثل $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{م ع}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$

$\because$ م س = م ص = م ع = نق للدائرة الصغري $\therefore$ أ ب = ب جـ = أ جـ $\therefore$ Δ أ ب جـ متساوي الاضلاع

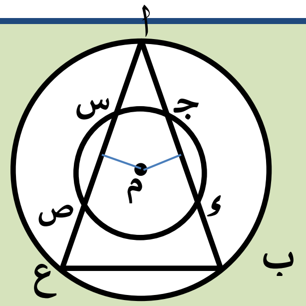
$\because$ الدائرة الكبري م هي الدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ $\therefore$ م نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث Δ أ ب جـ

$\therefore$ أ ص ارتفاع للمثلث أ ب جـ ، في Δ أ ب ص القائم الزاوية في ص جا ب = $\frac{\text{أ ص}}{\text{أ ب}}$ ، ق (ص) ٦٠

$\therefore$ جا ٦٠° = $\frac{٦}{\text{أ ب}}$ $\therefore$ $\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٦}{\text{أ ب}}$ $\therefore$ أ ب = $\frac{٢ \times ٦}{\sqrt{٣}} = ٤\sqrt{٣}$ $\therefore$ ب جـ = $٤\sqrt{٣}$

$\therefore$ م Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ب جـ × أ ص = $\frac{١}{٢} \times ٤\sqrt{٣} \times ٦ = ١٢\sqrt{٣}$ سم^{٢}

مثال ٣٣ : في الشكل المقابل



دائرتان متحدتا المركز ، أب وتر في الدائرة الكبري ، يقطع الدائرة الصغري في جـ ، ء ، أجـ وتر في الدائرة الكبري ، يقطع الدائرة الصغري في س ، ص

فإذا كان : ق(∠أ ب ع) = ق(∠أ ع ب) **اثبت ان :** جـ ء = س ص

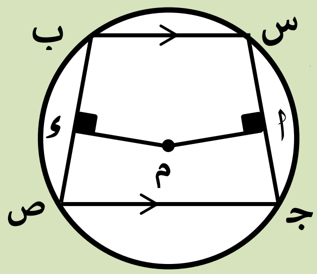
العمل : نرسم $\overline{\text{م و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{أ ع}}$

البرهان : في Δ أ ب ع $\because$ ق(∠أ ب ع) = ق(∠أ ع ب) $\therefore$ أ ب = أ ع

$\because$ $\overline{\text{م و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{أ ع}}$ $\therefore$ $\overline{\text{م و}} = \overline{\text{م هـ}}$

في الدائرة الصغري $\because$ $\overline{\text{م و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{أ ع}}$ ، $\overline{\text{م و}} = \overline{\text{م هـ}}$ $\therefore$ جـ ء = س ص

مثال ٣٤ : في الشكل المقابل



س ص // جـ ص وتران في الدائرة م ، م أ ⊥ س جـ

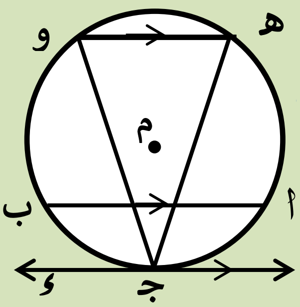
م ء ⊥ ب ص ويقطع

اثبت ان : م أ = م ء

البرهان ∵ س ص // جـ ص ∴ ق (⌒س جـ) = ق (⌒ب ص) ∴ س جـ = ب ص

∵ م أ ⊥ س جـ ، م ء ⊥ ب ص ∴ م أ = م ء

مثال ٣٥ : في الشكل المقابل



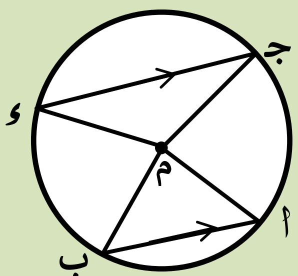
م دائرة جـ ء مماس للدائة عند جـ ، أ ب ، هـ و وتران في الدائرة حيث:

أ ب // هـ و // جـ ء

اثبت ان : جـ هـ = جـ و

البرهان ∵ هـ و // جـ ء ∴ ق (⌒جـ هـ) = ق (⌒جـ و) ∴ جـ هـ = جـ و وهو المطلوب اثباته

مثال ٣٦ : في الشكل المقابل



م دائرة طول نصف قطرها = ١٥ سم ، ق (⌒أ جـ) = ٨٠°

أ ب ، جـ ء وتران متوازيان في الدائرة ، طول ⌒أ جـ = طول ⌒أ ب

اوجد : ق (∠ أ م ب) ، ق (⌒جـ ء) ، طول (⌒جـ ء)

البرهان ∵ طول ⌒أ جـ = طول ⌒أ ب ∴ ق (⌒أ ب) = ق (⌒أ جـ) = ٨٠° ∴ ق (∠ أ م ب) = ٨٠°

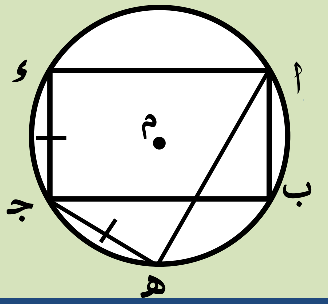
في △ أ م ب ∵ م أ = م ب = نق ∴ ق (∠ م أ ب) = $\frac{١٨٠° - ٨٠°}{٢}$ = ٥٠° (المطلوب اولا)

∵ أ ب // جـ ء ∴ ق (⌒أ جـ) = ق (⌒ب ء) = ٨٠°

∵ ق (⌒جـ ء) + ق (⌒أ جـ) + ق (⌒أ ب) + ق (⌒ب ء) = ٣٦٠ ∴ ق (⌒جـ ء) = ٣٦٠ − (٨٠ + ٨٠ + ٨٠) = ١٢٠°

∴ طول (⌒جـ ء) = $\frac{١٢٠°}{٣٦٠°}$ × ٢ × ٣,١٤ × ١٥ = ٣١,٤ سم

مثال ٣٧ : في الشكل المقابل



أ ب جـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة م ، مهمة

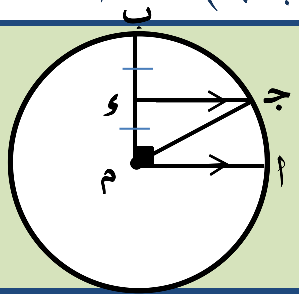
رسم الوتر جـ هـ ، بحيث جـ هـ = جـ ء

اثبت ان : أ هـ = ب جـ

البرهان ∵ أ ب جـ ء مستطيل ∴ أ ب = جـ ء ، جـ هـ = جـ ء ∴ أ ب = جـ هـ

∴ ق (أ ب) = ق (جـ هـ) و بإضافة (ب هـ) للطرفين ∴ ق (أ هـ) = ق (ب جـ) ∴ أ هـ = ب جـ

مثال ٣٨ : في الشكل المقابل



أ م // جـ ء ، م ء = ء ب

ق (∠ أ م ب) = ٩٠° ، اوجد : ق (أ جـ)

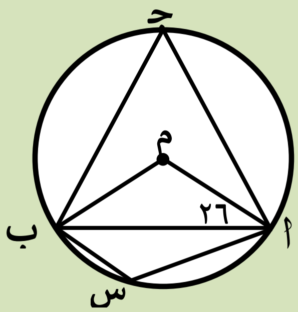
البرهان ∵ أ م // جـ ء ، م ء قاطع لهما ∴ ق (∠ جـ ء م) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° لانهما داخلتان

∵ م جـ = م ب = نق ، م ء = ½ م ب ∴ م ء = ½ م جـ ∴ ق (∠ م جـ ء) = ٣٠°

∵ أ م // جـ ء ، جـ م قاطع لهما ∴ ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ م جـ ء) = ٣٠° بالتبادل

∵ ق (∠ أ م جـ) = ٣٠° ∴ ق (أ جـ) = ٣٠°

مثال ٣٩ : في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م ، م أ = م ب = نق

ق (∠ م أ ب) = ٣٠° ، س ∈ أ ب فاوجد بالبرهان :

ق (∠ أ م ب) ، ق (∠ أ جـ ب) ، ق (∠ أ س ب) ، ق (∠ أ س ب)

البرهان : ∵ م أ = م ب = نق ∴ ق (∠ م أ ب) = ق (∠ م ب أ) = ٢٦°

∴ ق (∠ أ م ب) = ١٨٠ − (٢٦ + ٢٦) = ١٨٠ − ٥٢ = ١٢٨° **المطلوب اولا**

ق (∠ أ جـ ب) = ½ ق (∠ أ م ب) = ١٢٨° ÷ ٢ = ٦٤° محيطة ومركزية مشتركتان في نفس القوس **(ثانيا)**

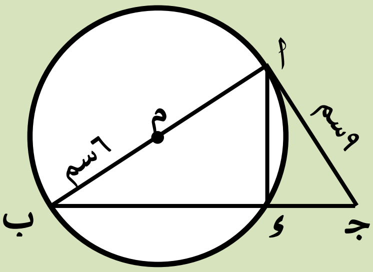
∵ ق (∠ أ م ب) المنعكسة = ٣٦٠° − ١٢٨° = ٢٣٢°

∴ ق (∠ أ س ب) = ½ ق (∠ أ م ب) المنعكسة = ٢٣٢° ÷ ٢ = ١١٦°

محيطة ومركزية مشتركتان في أ ب الاكبر **المطلوب ثالثا**

، ق (∠ أ س ب) = ق (∠ أ م ب) = ١٢٨° **المطلوب رابعا**

مثال ٤٠ : في الشكل المقابل



أب قطر في دائرة مركزها م ، أجـ تمس الدائرة عند أ

فاذا كان أ جـ = ٩ سم ، ب م = ٦ سم

فاوجد طول : ب جـ ، أ ء

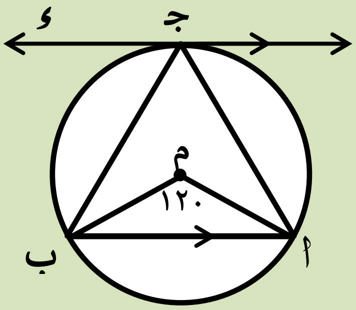
البرهان : ∵ أب قطر في دائرة مركزها م ، أجـ تمس الدائرة عند أ ∴ م أ ⊥ أ جـ

∴ في Δ أ ب جـ ب جـ = $\sqrt{(٩)^٢ + (١٢)^٢}$ = $\sqrt{٨١ + ١٤٤}$ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم <u>م اولا</u>

∵ أ جـ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠أ ء ب) = ٩٠ محيطية مرسومة في نصف دائرة

من اقليدس أ ء = $\frac{٩ \times ١٢}{١٥}$ = ٧,٢ سم المطلوب ثانيا

مثال ٤١ : في الشكل المقابل



جـ ء مماس للدائرة عند جـ

ق(∠أ م ب) = ١٢٠° ، جـ ء // أ ب

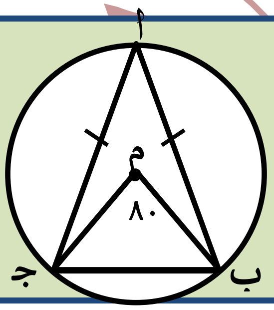
اثبت ان : Δ أ جـ ب متساوي الاضلاع

البرهان: ∵ ق(∠أ جـ ب) = ½ ق(∠أ م ب) = $\frac{١٢٠}{٢}$ = ٦٠° محيطية ومركزية مشتركتان في أب (١)

∵ جـ ء // أ ب ∴ أجـ = ب جـ ∴ أ جـ = ب جـ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ Δ أ جـ ب متساوي الاضلاع

مثال ٣٣ : بالاستعانة بالشكل المقابل اوجد :



١) ق(∠أ ب جـ)

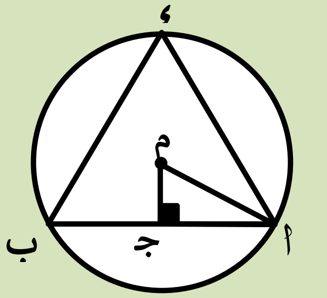
٢) ق (ب جـ) الاكبر

البرهان: ∵ ق(∠ب أ جـ) = ½ ق(∠ب م جـ) = $\frac{٨٠}{٢}$ = ٤٠° محيطية ومركزية مشتركتان في ب جـ

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠° المطلوب اولا

∵ ق ب جـ = ق(∠م) = ٨٠° ∴ ق ب جـ الاكبر = ٣٦٠ − ٨٠ = ٢٨٠° المطلوب ثانيا

مثال ٤٢ : في الشكل المقابل



أ ب وتر في الدائرة م

م جـ ⊥ أ ب

اثبت ان : ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ ء ب)

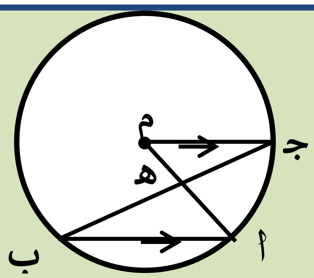
العمل : نرسم م ب

البرهان : ∵ ق (∠ أ ء ب) = ½ ق (∠ أ م ب) محيطية ومركزية مشتركتان في أ⌒ب (١)

في △ أ م ب ∵ م أ = م ب ، م جـ ⊥ أ ب ∴ م جـ ينصف ∠ أ م ب

ق (∠ أ م جـ) = ½ ق (∠ أ م ب) (٢) من (١) ، (٢) ∴ ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ ء ب)

مثال ٤٣ : في الشكل المقابل



أ ب وتر في الدائرة م ، جـ م // أ ب

ب جـ ∩ أ م = {هـ}

اثبت ان : ب هـ > أ هـ

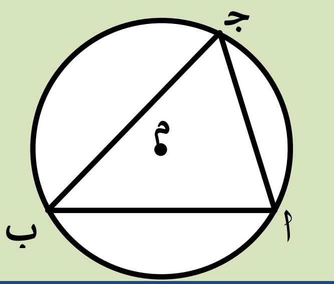
البرهان : ∵ ق (∠ أ م جـ) = ٢ ق (∠ أ ب جـ) مركزية و محيطية مشتركتان في أ⌒جـ

∴ جـ م // أ ب ، م أ قاطع لهما ∴ ق (∠ م أ ب) = ق (∠ أ م جـ) بالتبادل

في △ أ ب هـ ∴ ق (∠ هـ أ ب) = ٢ ق (∠ هـ ب أ) ∴ ق (∠ هـ أ ب) > ق (∠ هـ ب أ)

∴ ب هـ > أ هـ وهو المطلوب اثباته

مثال ٤٤ : في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

اثبت ان : ق (أ⌒ب) : ق (ب⌒جـ) : ق (أ⌒جـ) = ٤ : ٥ : ٣

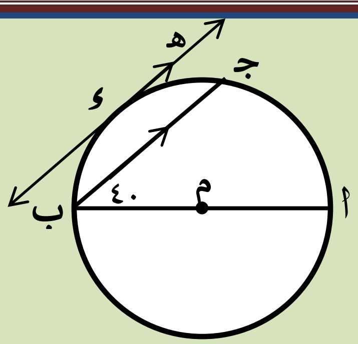
اوجد : ق (∠ أ جـ ب)

البرهان : نفرض ان : ق (أ⌒ب) = ٤س ، ق (ب⌒جـ) = ٥ س ، ق (أ⌒جـ) = ٣ س

∴ ٤ س + ٥ س + ٣ س = ٣٦٠° ∴ ١٢ س = ٣٦٠° ∴ س = ٣٦٠ ÷ ١٢ = ٣٠ °

∴ ق (أ⌒ب) = ٤ × ٣٠ = ١٢٠° ∵ ق (∠ أ جـ ب) = ½ ق (أ⌒ب) ∴ ق (∠ أ جـ ب) = ١٢٠/٢ = ٦٠°

مثال ٤٥ : في الشكل المقابل



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠ب) = ٤٠°

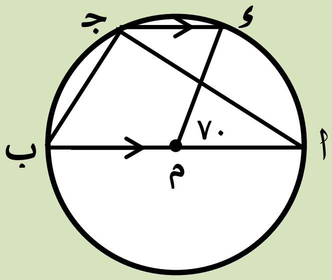
$\overleftrightarrow{ءهـ}$ مماس للدائرة عند ء ، $\overleftrightarrow{ءهـ}$ // $\overline{بجـ}$

اوجد : ق($\overset{\frown}{جـء}$)

البرهان : ∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١٨٠° ∵ ق($\overset{\frown}{أجـ}$) = ٢ق(∠أبجـ) = ٨٠°

∴ ق($\overset{\frown}{بءجـ}$) = ١٨٠ − ٨٠ = ١٠٠° ∵ $\overleftrightarrow{ءهـ}$ // $\overline{بجـ}$ ∴ ق($\overset{\frown}{جـء}$) = ق($\overset{\frown}{بء}$) = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠°

مثال ٤٦ : في الشكل المقابل



$\overline{أب}$ قطر في دائرة مركزها م ، ق(∠أمء) = ٧٠°

$\overline{ءجـ}$ // $\overline{أب}$

اوجد بالبرهان : ق(∠أجـء) ، ق(∠أبجـ)

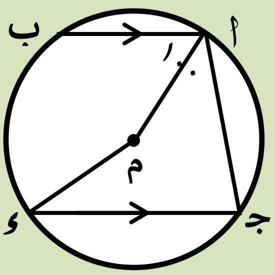
البرهان : ∵ ق(∠أجـء) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠أمء) = $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ = ٣٥° محيطية و مركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{أء}$

∵ $\overline{ءجـ}$ // $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قاطع لهما ∴ ق(∠أ) = ق(∠أجـء) بالتبادل

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠أجـب) = ٩٠°

في △ أبجـ : ق(∠أبجـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٣٥) = ٥٥°

مثال ٤٧ : في الشكل المقابل



$\overline{أب}$ ، $\overline{جـء}$ وتران متوازيان في الدائرة م

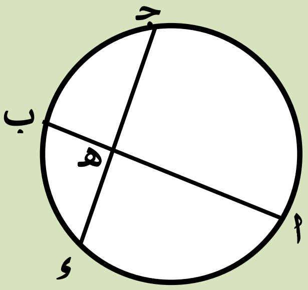
، ق(∠بأجـ) = ١٠٠°

اوجد بالبرهان : ق(∠أمء)

البرهان : ∵ $\overline{أب}$ // $\overline{جـء}$ ، $\overline{أجـ}$ قاطع لهما ∴ ق(∠أجـء) = ١٨٠ − ١٠٠ = ٨٠° لانهما داخلتان

∴ ق(∠أمء) = ٢ق(∠أجـء) = ٢ × ٨٠ = ١٦٠° مركزية و محيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{أء}$

مثال ٤٨ : في الشكل المقابل



أب ، جـ ء وتران متوازيان في الدائرة م ، أب ∩ جـ ء = {هـ}

ق(⌒ب ء) = ٦٠° ، ق(⌒أ ء) = ١٠٠° ، ق(⌒أ جـ) = ١٢٠°

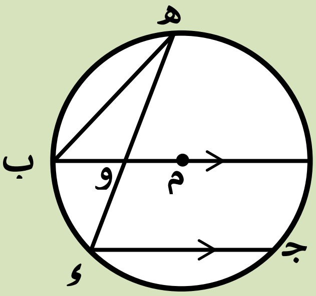
اوجد : ق(⌒جـ ب) ، ق(∠جـ هـ ب)

البرهان : ∵ ق(⌒جـ ب) + ق(⌒ب ء) + ق(⌒أ ء) + ق(⌒أ جـ) = ٣٦٠°

∴ ق(⌒جـ ب) = ٣٦٠ − (٦٠ + ١٠٠ + ١٢٠) = ٨٠° المطلوب اولا

∴ ق(∠جـ هـ ب) = ١/٢ (٨٠ + ١٠٠) = ١/٢ × ١٨٠ = ٩٠° المطلوب ثانيا

مثال ٤٩ : في الشكل المقابل



أب قطر في الدائرة م ، أب // جـ ء

ق(⌒جـ ء) = ٨٠° ، ق(⌒أ هـ) = ١٠٠°

اوجد بالبرهان: ق(∠ب هـ ء) ، ق(∠أ و هـ)

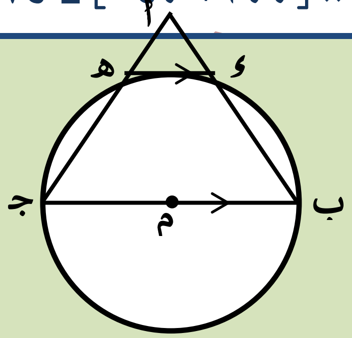
البرهان : ∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(⌒أ ب) = ١٨٠° ∵ ق(⌒جـ ء) = ٨٠°

∴ ق(⌒أ جـ) + ق(⌒ب ء) = ١٨٠ − ٨٠ = ١٠٠°

∵ أب // جـ ء ∴ ق(⌒أ جـ) = ق(⌒ب ء) = ١٠٠ ÷ ٢ = ٥٠° ∴ ق(∠هـ) = ٢٥°

∵ ق(∠أ و هـ) = ١/٢ [ق(⌒أ هـ) + ق(⌒ب ء)] ∴ ق(∠أ و هـ) = ١/٢ × [١٠٠ + ٥٠] = ٧٥°

مثال ٥٠ : في الشكل المقابل



ب جـ قطر في الدائرة م ،

ق(∠أ) = ٧٠° ، ء هـ // ب جـ

اوجد بالبرهان: ق(⌒ب ء)

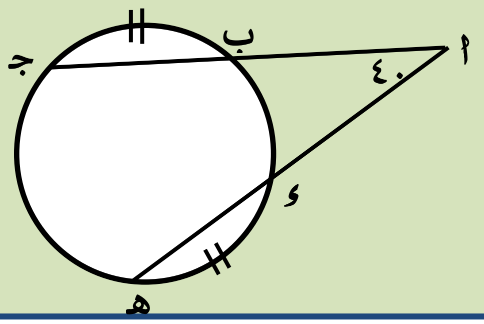
البرهان : ∵ ق(∠أ) = ١/٢ [ق(⌒ب جـ) − ق(⌒ء هـ)] ∴ ٧٠° = ١/٢ [١٨٠ − ق(⌒ء هـ)]

∴ ١٤٠° = ١٨٠ − ق(⌒ء هـ) ∴ ق(⌒ء هـ) = ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠°

∵ ء هـ // ب جـ ∴ ق(⌒ب ء) = ق(⌒جـ هـ) ∵ ب جـ قطر في الدائرة م ∴ ق(⌒ب جـ) = ١٨٠°

∴ ق(⌒ب ء) = (١٨٠ − ٤٠) / ٢ = ١٤٠ / ٢ = ٧٠°

مثال ٥١ : في الشكل المقابل



ق(∠ أ) = ٤٠° ، ق(⌒ب ء) = ٦٠°

ق(⌒ب جـ) = ق(⌒ء هـ)

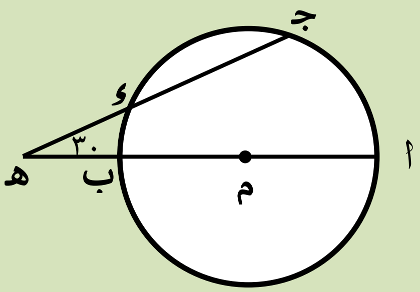
اوجد : **١** ق(⌒هـ جـ) ، **٢** ق(⌒ب جـ)

البرهان : ∵ ½ (ق(⌒هـ جـ) − ٦٠) = ٤٠ ∴ ق(⌒هـ جـ) − ٦٠ = ٨٠° ∴ ق(⌒هـ جـ) ١٤٠°

∵ ق(⌒ب جـ) + ق(⌒ب ء) + ق(⌒جـ هـ) + ق(⌒ء هـ) = ٣٦٠° ، ق(⌒ب جـ) = ق(⌒ء هـ)

∴ ق(⌒ب جـ) = ٣٦٠ − (١٤٠ + ٦٠) = (٣٦٠ − (١٤٠ + ٦٠)) / ٢ = (٣٦٠ − ٢٠٠) / ٢ = ١٦٠ / ٢ = ٨٠°

مثال ٥٣ : في الشكل المقابل



أب قطر في الدائرة م ، ←أب ∩ ←جـ ء = {هـ}

ق(∠ أ هـ جـ) = ٣٠° ، ق(⌒أ جـ) = ٨٠°

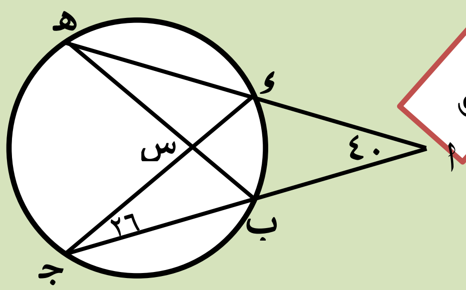
اوجد : ق(⌒جـ ء)

البرهان : ∵ ½ [٨٠ − ق(⌒ب ء)] = ٣٠° ∴ ٨٠ − ق(⌒ب ء) = ٦٠° ∴ ق(⌒ب ء) = ٢٠°

∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(⌒أ جـ) + ق(⌒جـ ء) + ق(⌒ء ب) = ١٨٠°

∴ ق(⌒جـ ء) = ١٨٠° − (٨٠ + ٢٠) = ٨٠° وهو المطلوب اثباته

مثال ٥٤ : في الشكل المقابل



←جـ ب ∩ ←ء هـ = {أ} ، ق(∠ أ) = ٤٠° ، ق(∠ جـ) = ٢٦°

ء جـ ∩ ب هـ = {س}

اوجد : **١** ق(⌒جـ هـ) **٢** ق(∠ هـ س جـ)

البرهان : ∵ ق(⌒ب ء) = ٢ ق(∠ ب جـ ء) المحيطية ∴ ق(⌒ب ء) = ٢٦° × ٢ = ٥٢°

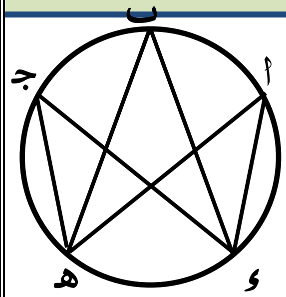
∵ ق(∠ أ) = ½ [ق(⌒جـ هـ) − ق(⌒ب ء)] ∴ ٤٠ = ½ [ق(⌒جـ هـ) − ٥٢]

∴ ٨٠ = ق(⌒جـ هـ) − ٥٢ ∴ ق(⌒جـ هـ) = ٨٠ + ٥٢ = ١٣٢° المطلوب اولا

∵ ق(∠ هـ س جـ) = ½ [ق(⌒جـ هـ) + ق(⌒ب ء)]

∴ ق(∠ هـ س جـ) = ½ [١٣٢ + ٥٢] = ½ × ١٨٤ = ٩٢° المطلوب ثانيا

مثال ٥٥ اثبت ان الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس متساوية في القياس



في الشكل المقابل

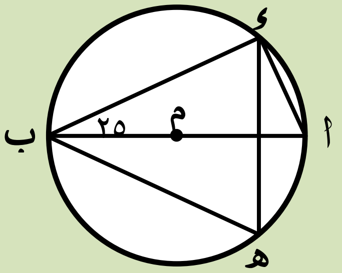
ق(∠أ) = ½ ق(⌒ء هـ)

ق(∠ب) = ½ ق(⌒ء هـ)

ق(∠جـ) = ½ ق(⌒ء هـ)

∴ ق(∠أ) = ق(∠ب) = ق(∠جـ)

مثال ٥٦ : في الشكل المقابل



أب قطر في الدائرة م

ق (∠ أ ب ء) = ٣٥°

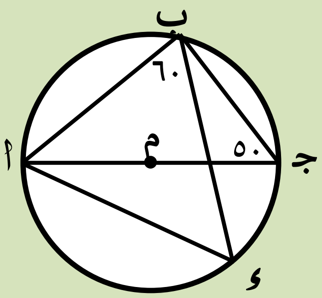
فاوجد بالبرهان : ق (∠ءهـب)

البرهان : ∵ أ ب قطر في الدائرة م ∴ ق (∠أءب) = ٩٠°

في ∆ أ ب ء ق (∠ ء أ ب) = ١٨٠ − (٩٠ + ٣٥) = ٦٥°

∴ ق (∠ءهـب) = ق (∠ء أ ب) = ٦٥° محيطيتان مشتركتان في ⌒بء **(وهو المطلوب)**

مثال ٥٦ : في الشكل المقابل



أجـ قطر في الدائرة م

ق (∠ أ ب ء) = ٦٠° ، ق (∠جـ) = ٥٠°

اوجد بالبرهان: **١** ق(∠جـ ب ء) **٢** ق(∠ب أ ء)

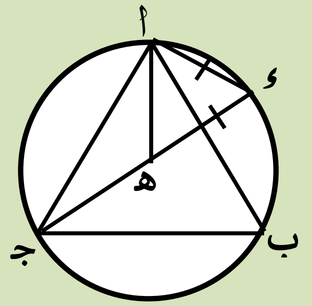
البرهان : ∵ أجـ قطر في الدائرة م ∴ ق (∠أ ب جـ) = ٩٠° ∴ ق(∠جـ ب ء) = ٩٠ − ٦٠ = ٣٠°

∵ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ جـ ب) = ٥٠° محيطيتان مشتركتان في ⌒أب

∴ في ∆ أ ب ء ق (∠ب أ ء) = ١٨٠ − (٥٠ + ٦٠) = ٧٠° **(المطلوب ثانيا)**

مثال ٥٧ : في الشكل المقابل

بسكوتة



أ ب جـ مثلث متساوي الاضلاع مرسوم داخل دائرة

ء ∈ $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{ءجـ}$ بحيث أ ء = ء هـ

اثبت ان : △ أ ء هـ متساوي الاضلاع

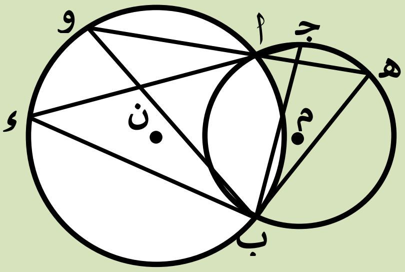
البرهان : ∵ أ ب جـ مثلث متساوي الاضلاع ∴ ق(∠ب) = ٦٠°

∴ ق(∠ء) = ق(∠ب) = ٦٠° محيطيتان مشتركتان في $\frown{أجـ}$

∵ أ ء = ء هـ ∴ △ أ ء هـ متساوي الاضلاع م/ حسام سبع ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦

مثال ٥٨ : في الشكل المقابل (حلوة)

لف مع الزوايا



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، $\overleftarrow{أجـ}$ يقطع الدائرة م في جـ

ويقطع الدائرة ن في ء ، $\overleftarrow{أهـ}$ يقطع الدائرة م في هـ ويقطع الدائرة ن في و

اثبت ان : ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠و ب ء)

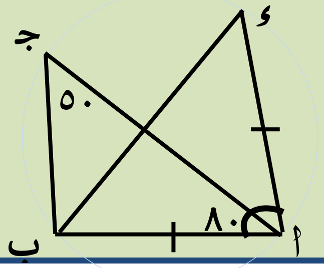
البرهان : ∵ $\overline{جـ ء}$ ∩ $\overline{هـ و}$ = {أ} ∴ ق(∠هـ أ جـ) = ق(∠و أ ء) بالتقابل بالرأس (١)

∵ ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠هـ أ جـ) (محيطيتان مشتركتان في $\frown{هـ جـ}$) (٢)

∵ ق(∠و ب ء) = ق(∠و أ ء) (محيطيتان مشتركتان في $\frown{و ء}$) (٣)

من (١)، (٢) ، (٣) ∴ ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠و ب ء) **وهو المطلوب**

مثال ٥٩ : في الشكل المقابل ال ٨٨



$\overline{أب}$ = $\overline{أء}$ ، ق(∠ب ء أ) = ٨٠° ، ق(∠جـ) = ٥٠°

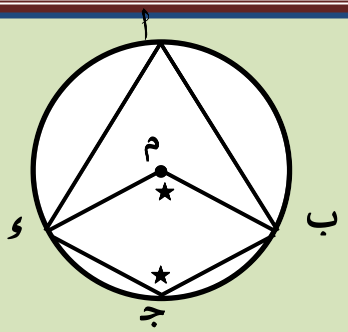
اثبت ان : ان النقط أ ، ب ، جـ ، ء تمر بها دائرة واحدة

البرهان : في △ أ ب ء ∵ $\overline{أب}$ = $\overline{أء}$ ∴ ق(∠ء) = $\frac{١٨٠-٨٠}{٢}$ = ٥٠°

∴ ق(∠ء أ ب) = ق(∠أ جـ ب) وهما مرسومتان علي قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها

∴ النقط أ ، ب ، جـ ، ء تمر بها علي دائرة واحدة

مثال ٦٠ : في الشكل المقابل



ق(∠ب م ء) = ق(∠ب جـ ء)

اوجد بالبرهان ق(∠ أ)

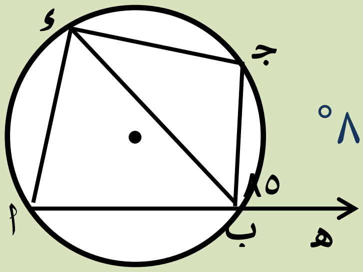
∵ ق(∠ب م ء) = ٢ق(∠ أ) محيطية و مركزية مشتركتان في نفس القوس (ب⌒ء)

، ق(∠ب م ء) = ق(∠ب جـ ء) ∴ ق(∠ب جـ ء) = ٢ق(∠ أ)

∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ أ) + ق(∠ب جـ ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠ أ) +٢ق(∠ أ) =١٨٠° ∴ ٣ ق(∠ أ) =١٨٠° ق(∠ أ) =١٨٠ ÷٣ = ٦٠°

مثال ٦١ : في الشكل المقابل



هـ ∈ $\overrightarrow{أب}$ ، هـ ∉ $\overline{أب}$ ، ق(أب⌒) =١١٠° ، ق(∠جـ ب هـ) = ٨٥°

اوجد بالبرهان : ق(∠ب ء جـ)

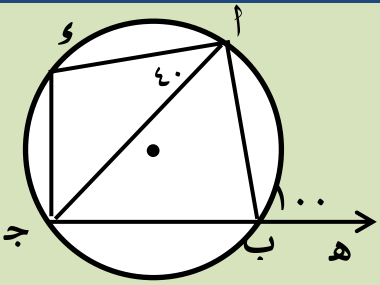
∵ ق(أب⌒) =١١٠° ∴ ق(∠ب ء أ) =١١٠ ÷ ٢ = ٥٥°

∵(∠جـ ب هـ) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري أ ب جـ ء

∴ ق(∠جـ ب هـ)=ق(∠جـ ب هـ)= ٨٥

∴ ق(∠ب ء جـ) = ق(∠ أ ء جـ) - ق(∠ب ء أ) = ٨٥ − ٥٥ = ٣٠° (وهو المطلوب)

مثال ٦٢ : في الشكل المقابل



ق(∠ أ ب هـ) =١٠٠° ق(∠ جـ أ ء) = ٤٠°

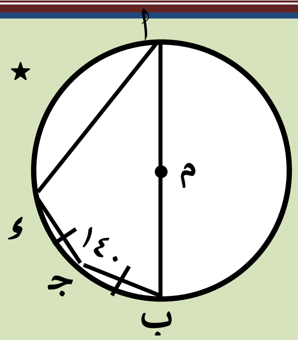
اثبت بالبرهان : ق(جـ ء⌒) = ق(أ ء⌒)

∵(∠ أ ب هـ) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري أ ب جـ ء ∴ ق(∠ ء)=ق(∠ أ ب هـ)= ١٠٠°

∴ في Δ أ جـ ء ق(∠ أ جـ ء) = ١٨٠ − (١٠٠ + ٤٠) = ٤٠°

∴ ق(∠ أ جـ ء) = ق(∠جـ أ ء) ∴ ق(جـ ء⌒) = ق(أ ء⌒) (وهو المطلوب)

مثال ٦٣ : في الشكل المقابل



جميلة . لها كذا حل بتتكرر في امتحانات كتير

أ ب جـ ء رباعي دائري مرسوم داخل دائرة م

م ∈ $\overline{أب}$ ، جـ ب = جـ ء ، ق(∠ب جـ ء) = ١٤٠°

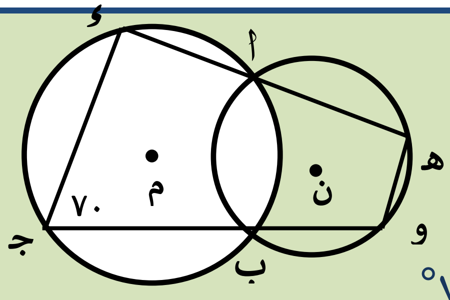
اوجد بالبرهان ، ق(∠ أ) ، ق(∠ ء)

العمل : نرسم $\overline{بء}$ ، **البرهان** ∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ أ)=١٨٠-١٤٠= ٤٠°

∵ جـ ب = جـ ء ∴ ق(∠جـ ب ء) = ق(∠ جـ ء ب) = $\frac{١٨٠ - ١٤٠}{٢}$ = ٢٠°

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠° ∴ ق(∠ أ ء جـ) = ٩٠+ ٢٠= ١١٠

مثال ٦٤ : في الشكل المقابل



جميلة . بتيجي مرة بالعمل ومرة من غير العمل

م ،ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

رسم أ ء فقطع الدائرة م في هـ والدائرة ن في ء

رسم ب جـ فقطع الدائرة م في و والدائرة ن في جـ ،ق(∠جـ) = ٧٠°

اوجد بالبرهان ، ق(∠ و) ، اثبت ان : جـ ء // هـ و

العمل : نرسم $\overline{أب}$ ،

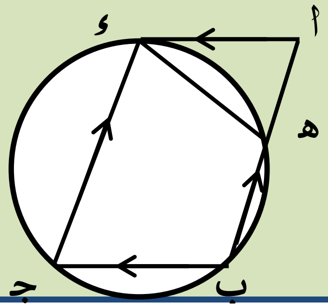
البرهان ∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ب أ ء) = ١٨٠ – ٧٠ = ١١٠°

∵ الشكل أ ب و هـ رباعي دائري ،∠ب أ ء خارجة عنه ∴ ق(∠ و) = ق(∠ب أ ء) = ١١٠°

∴ ق(∠و) +ق(∠جـ) = ١١٠°+٧٠ = ١٨٠ وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع

∴ جـ ء // هـ و (المطلوب ثانيا)

مثال ٦٥ : في الشكل المقابل



أ ب جـ ء متوازي اضلاع

الدائرة المارة بالنقط : ب ، جـ ، ء تقطع $\overline{أب}$ في هـ

اثبت ان : أ ء = هـ ء

البرهان ∵ أ ب جـ ء متوازي اضلاع ∴ق(∠ أ) = ق(∠جـ) (١)

∵ الشكل هـ ب جـ ء رباعي دائري ب أ ء خارجة عنه ∴ق(∠ ء هـ أ)=ق(∠جـ) (٢)

من (١)،(٢) ∴ق(∠ أ) =ق (∠ ء هـ أ) ∴ أ ء = هـ ء (وهو المطلوب)

حالات اثبات الشكل الرباعي الدائري

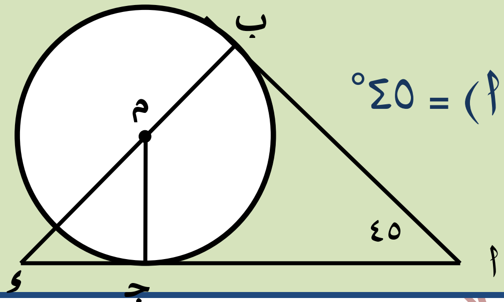
١) اذا وجدت نقطة في مستوي الشكل علي ابعاد متساوية من رؤوسه

٢) اذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس و مرسومتان علي ضلع من اضلاعه كقاعدة وفي جهة واحدة من هذا الضلع

٣) اذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان في الشكل الرباعي **(عكس نظرية ٣)**

٤) اذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوسه قياسها يساوي قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذه الرأس **(نتيجة)**

مثال ٦٦ : في الشكل المقابل



$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أجـ}}$ تمسان الدائرة عند ب ، جـ علي الترتيب ، ق(∠ أ) = ٤٥°

اثبت ان : الشكل أب م جـ رباعي دائري

المثلث م جـ ء متساوي الساقين :

∵ $\overline{\text{أب}}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{\text{م ب}} \perp \overline{\text{أب}}$ ق(∠ ب) = ٩٠°

∵ $\overline{\text{أجـ}}$ مماس للدائرة عند جـ ∴ $\overline{\text{م جـ}} \perp \overline{\text{أجـ}}$ ق(∠ أ م جـ) = ٩٠°

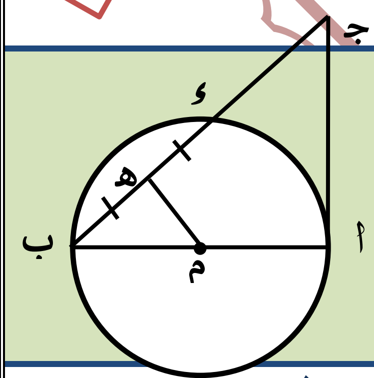
∴ ق(∠ ب) + ق(∠ أم جـ) = ١٨٠° ∴ الشكل أب م جـ رباعي دائري

∴ ق(∠ جـ م ء) = ق(∠ أ) = ٤٥°

في ∆م جـ ء ق(∠ ء) = ١٨٠ − (٩٠ + ٤٥) = ٤٥°

∴ ق(∠ جـ م ء) = ق(∠ ء) = ٤٥° ∴ ∆م جـ ء متساوي الساقين

مثال ٦٧ : في الشكل المقابل



$\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{\text{أجـ}}$ مماس لها عند أ

هـ منتصف $\overline{\text{ءب}}$ ، ق(∠ ب) = ٤٠°

اثبت ان : الشكل أ م هـ جـ رباعي دائري ، اوجد ق(∠ جـ)

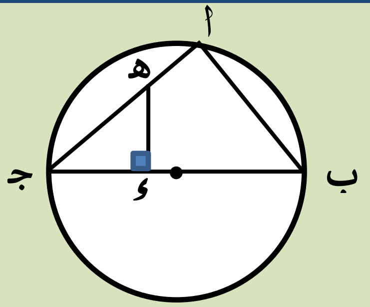
∵ $\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م $\overline{\text{أجـ}}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{\text{أجـ}} \perp \overline{\text{أب}}$ ق(∠ جـ أم) = ٩٠°

∵ هـ منتصف $\overline{\text{ءب}}$ ∴ $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{ءب}}$ ∴ ق(∠ م هـ جـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ جـ أم) + ق(∠ م هـ جـ) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠° ∴ الشكل أ م هـ جـ رباعي دائري

في ∆ أب جـ ق(∠ جـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٤٠) = ٥٠°

مثال ٦٨ : في الشكل المقابل



ب جـ قطر في الدائرة م ، هـ ء ⊥ ب جـ

اثبت ان : الشكل أ ب ء هـ رباعي دائري

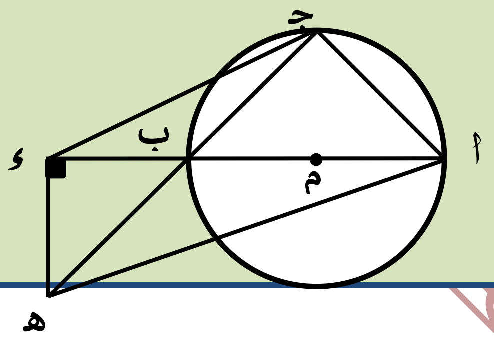
: ق(∠ جـ هـ ء) = ½ ق(⌒أ جـ)

∵ ب جـ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ) = ٩٠° ∵ هـ ء ⊥ ب جـ ∴ ق(∠هـ ء ب) = ٩٠°

∴ق(∠ أ) + ق(∠هـ ء ب) = ١٨٠° ∴ الشكل أ ب ء هـ رباعي دائري

ق(∠ جـ هـ ء) الخارجة= ق(∠ ب) = ½ ق(⌒أ جـ)

مثال ٦٩ : في الشكل المقابل



أ ب قطر في الدائرة م ، ء هـ ⊥ أ ء

جـ ب ∩ ء هـ = {هـ}

اثبت ان : الشكل أ جـ ء هـ رباعي دائري

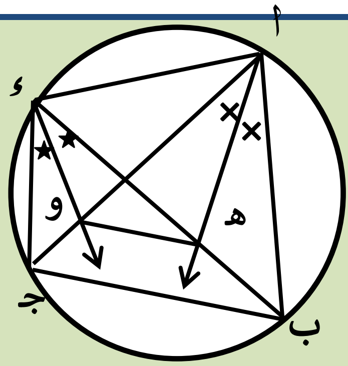
∵ أ ب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ جـ ب) = ٩٠° (١)

∵ ء هـ ⊥ أ ب ∴ ق(∠ أ ء هـ) = ٩٠° (٢)

من(١)،(٢) ∴ ق(∠ أ جـ هـ) = ق(∠ أ ء هـ) وهما مرسومتان علي أ هـ وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل أ جـ ء هـ رباعي دائري

مثال ٧٠ : في الشكل المقابل



أ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه أ هـ ينصف ∠ ب أ جـ

ء و ينصف ∠ ب ء جـ

اثبت ان : الشكل أ هـ و ء رباعي دائري

: هـ و // ب جـ

∵ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠ب ء جـ) محيطيتان مشتركتان في نفس القوس(⌒ب جـ) (٢)

∴ ½ ق(∠ب أ جـ) = ½ ق(∠ب ء جـ)

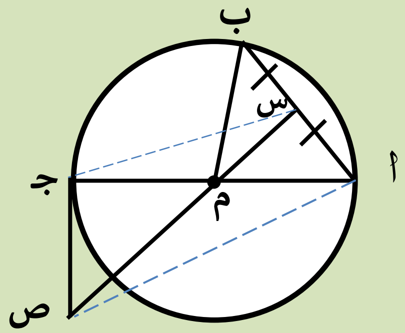
∴ ق(∠هـ أ و) = ق(∠هـ ء و) وهما مرسومتان علي هـ و وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل أ هـ و ء رباعي دائري ∴ ق(∠ ء هـ و) = ق(∠ ء أ و) مرسومتان علي ء و وفي جهة واحدة منها

∵ ق(∠ ء ب جـ) = ق(∠ ء أ جـ) محيطيتان مشتركتان في نفس القوس(⌒ء جـ)

∴ ق(∠ ء هـ و) = ق(∠ ء ب جـ) وهما في وضع تناظر ∴ هـ و // ب جـ

مثال ٧٠ : في الشكل المقابل



أ جـ قطر في الدائرة م ، س منتصف أ ب

جـ ص مماس للدائرة قطع س م في ص

اثبت ان : الشكل أ س جـ ص رباعي دائري

: ق(∠ ب م جـ) = ٢ق(∠ م ص جـ)

العمل : نرسم س جـ ، أ ص

∵ أ جـ قطر في الدائرة م، جـ ص مماس للدائرة عن جـ ∴ م جـ ⊥ جـ ص ق(∠جـ) = ٩٠° (١)

∵ س منتصف أ ب ∴ م س ⊥ أ ب ∴ ق(∠ أ س ص) = ٩٠° (٢)

من(١)،(٢) ∴ ق(∠جـ) = ق(∠ أ س ص) وهما مرسومتان علي أ ص وفي جهة واحدة منها

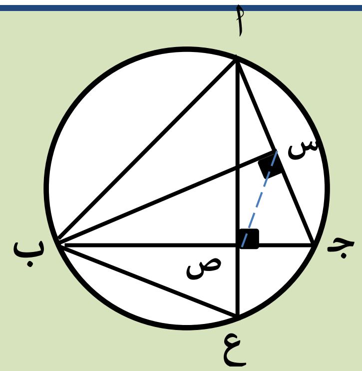
∴ الشكل أ س جـ ص رباعي دائري

∴ ق(∠س أ جـ) = ق(∠س ص جـ) مرسومتان علي س جـ وفي جهة واحدة منها

∴ ق(∠ ب م جـ) = ٢ق(∠س أ جـ) محيطية ومركزية مشتركتان في نفس القوس(ب جـ)

∴ ق(∠ ب م جـ) = ٢ق(∠ م ص جـ)

مثال ٧٢ : في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، ب س ⊥ أ جـ

أ ص ⊥ ب جـ يقطعه في ص ويقطع الدائرة في ع

اثبت ان : الشكل أ ب ص س رباعي دائري

: ب جـ ينصف ∠ س ب ع

∵ ب س ⊥ أ جـ ق(∠ أس ب) = ٩٠° ∵ أ ص ⊥ ب جـ ∴ ق(∠ أ س ص)= ٩٠°

∴ ق(∠ أس ب) = ق(∠ أ ص ب) وهما مرسومتان علي أ ب وفي جهة واحدة منها

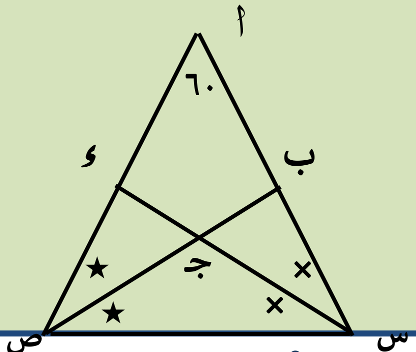
∴ الشكل أ ب ص س رباعي دائري

∴ ق(∠س أص) = ق(∠س ب ص) مرسومتان علي س ص وفي جهة واحدة منها (١)

∵ ق(∠جـ أع) = ق(∠جـ ب ع) محيطيتان مشتركتان في نفس القوس(جـ ع) (٢)

من (١)،(٢) ق(∠س ب ص) = ق(∠جـ ب ع) ∴ ب جـ ينصف ∠ س ب ع

مثال ٧٣ : في الشكل المقابل



أ س ص مثلث فيه ق(∠ أ) = ٦٠° ، $\overleftarrow{\text{س ء}}$ ينصف ∠ أ س ص

، $\overleftarrow{\text{ص ب}}$ ينصف ∠ أ ص س

أثبت ان : الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

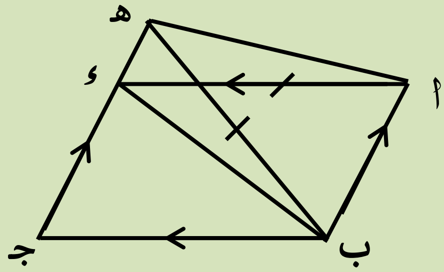
في ∆ أ س ص ∵ ق(∠ أ) = ٦٠° ∴ ق(∠س) + ق(∠ص) = ١٢٠°

∴ ½ ق(∠ س) = ½ ق(∠ ص) = ١٢٠ ÷ ٢ = ٦٠° ∴ ق(∠جـ س ص) + (∠جـ ص س) = ٦٠°

في ∆جـ س ص ق(∠س جـ ص) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠° ∴ ق(∠ب جـ ء) = ١٢٠° بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠ب جـ ء) + ق(∠ أ) = ١٢٠ + ٦٠ = ١٨٠° ∴ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

مثال ٧٤ : في الشكل المقابل



أ ب جـ ء متوازي اضلاع

هـ ∈ $\overleftarrow{\text{جـ ء}}$ حيث ب هـ = أ ء

أثبت ان : الشكل أ ب ء هـ رباعي دائري

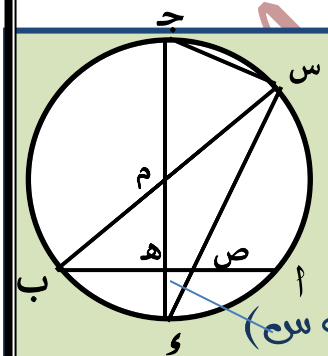
∵ أ ب جـ ء متوازي اضلاع ∴ أ ء = ب جـ ∵ ب هـ = أ ء ∴ ب هـ = ب جـ

في ∆ ب جـ هـ ∴ ق(∠جـ) = ق(∠ب هـ جـ) ∵ ق(∠جـ) = (∠ب أ ء) من خواص متوازي الاضلاع

∴ (∠ ب هـ ء) = (∠ ب أ ء) وهما مرسومتان علي $\overline{\text{ب ء}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل أ ب ء هـ رباعي دائري

مثال ٧٥ : في الشكل المقابل



أ ب وتر في الدائرة م جـ ء قطر عمودي علي أ ب ويقطعه في هـ

$\overleftarrow{\text{ب م}}$ بقطع الدائرة في س ، س ء ∩ أ ب = {ص}

أثبت ان : الشكل س ص هـ جـ رباعي دائري ، ق(∠ ء ص ب) = (∠ ء ب س)

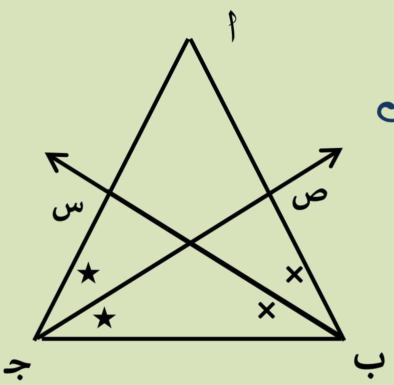
∵ جـ ء ⊥ أب ∴ ق(∠ أ هـ جـ) = ٩٠ ∵ جـ ء قطر في الدائرة ∴ ق(∠ ء س جـ) = ٩٠

∴ ق(∠ ص س جـ) = ق(∠ ص هـ جـ) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠ ∴ الشكل س ص هـ جـ رباعي دائري

∴ ق(∠ ء ص ب) = ق(∠ هـ جـ س) ، ∵ ق(∠ ء ب س) = ق(∠ ء جـ س) محيطيتان

مرسومتان علي القوس ($\frown{\text{ء س}}$) ∴ ق(∠ ء ص ب) = (∠ ء ب س) جـ ع

مثال ٧٦ : في الشكل المقابل م / حسام سبع ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦



∆ أ ب جـ فيه : أ ب = أ جـ ، ب س ينصف ∠ أ ب جـ ويقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ في س

، جـ ص ينصف ∠ أ جـ ب ويقطع $\overline{\text{أ ب}}$ في ص

اثبت ان : الشكل ب جـ س ص رباعي دائري

: س ص // ب جـ

في ∆ أ ب جـ ∵ أ ب = أ جـ ∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ أ جـ ب)

∴ $\frac{1}{2}$ق(∠ أ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ جـ ب)

∴ ق(∠ص ب س) = (∠ ص جـ س) وهما مرسومتان علي $\overline{\text{س ص}}$ وفي جهة واحدة منها

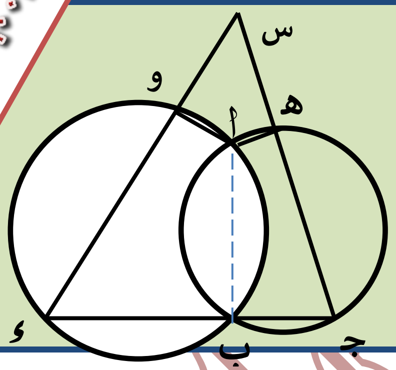
∴ الشكل ب جـ س ص رباعي دائري   مستر حسام سبع / ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦

∴ ق (∠ب س ص) = ق(∠ ب جـ ص) مرسومتان علي $\overline{\text{ب ص}}$ وفي جهة واحدة منها

∵ ق(∠جـ ب س) = (∠ ب جـ ص) ∴ ق(∠جـ ب س) = (∠ ب س ص)

وهما في وضع تبادل ∴ س ص // ب جـ

مثال ٧٧ : في الشكل المقابل   **تحفة**



دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، جـ هـ ∩ ء و = { س }

جـ ء يمر بالنقطة ب ويقطع الدائرتين في جـ ، ء

اثبت ان : الشكل أ و س هـ رباعي دائري

العمل : نرسم $\overline{\text{أ ب}}$

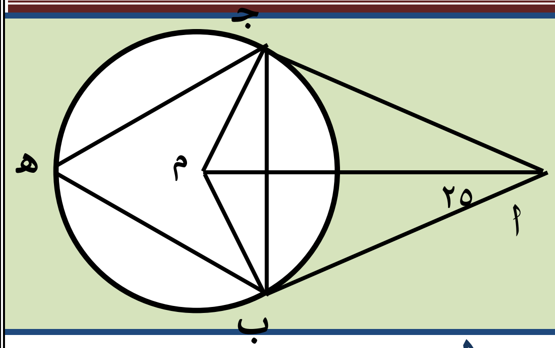
∵ ∠س هـ أ خارجة عن الشكل الرباعي الدائري هـ أ ب جـ ∴ ق(∠س هـ أ) = (∠ أب جـ)

∵ ∠س و أ خارجة عن الشكل الرباعي الدائري و أ ب ء ∴ ق(∠س و أ) = (∠ أب ء)

ولكن ق(∠ أب جـ) + ق(∠ أب ء) = ١٨٠

∴ ق(∠س هـ أ) + ق(∠س و أ) = ١٨٠   ∴ الشكل أ و س هـ رباعي دائري

مثال ٧٨ : في الشكل المقابل



أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م

ق(∠ ب أ م) = ٣٥ ، هـ ∈ (ب⌒جـ) الاكبر

اثبت ان : ق (∠ أ جـ ب) ، ق(∠ ب هـ جـ)

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م ∴ أم⃡ ينصف ∠ ب أ جـ

∴ ق (∠ ب أ جـ) = ٢ × ٣٥ = ٥٠ ، أ ب = أ جـ

∴ في △ أ ب جـ ∴ ق (∠ أ جـ ب) = (١٨٠ − ٥٠) ÷ ٢ = ٦٥° المطلوب اولا

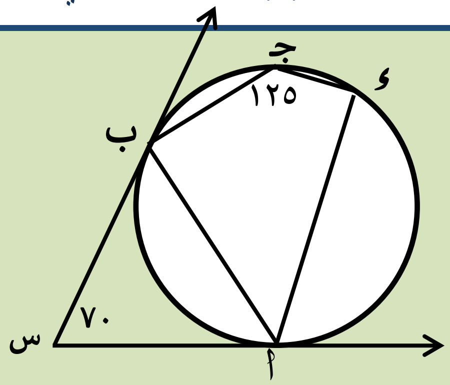
∵ م ب نصف قطر ، أ ب مماس للدائرة عند ب ∴ ق (∠ أ ب م) = ٩٠°

وبالمثل ق (∠ أ جـ م) = ٩٠°

ومن الشكل الرباعي أ ب م جـ ق (∠ ب م جـ) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٥٠) = ١٣٠°

∴ ق (∠ ب هـ جـ) = ½ ق (∠ ب م جـ) = ½ × ١٣٠ = ٦٥° محيطية ومركزية مشتركتان في ب⌒جـ

مثال ٧٩ : في الشكل المقابل



س ب ، س أ قطعتان مماستان للدائرة م عند أ ، ب

ق(∠ أ س ب) = ٧٠ ، ق(∠ ء جـ ب) = ١٢٥

اثبت ان : أب⃡ ينصف زاوية ∠ ء أ س

: أ ء // س ب

∵ س ب ، س أ مماستان للدائرة من نقطة س ∴ س أ = س ب

∴ ق(∠ س أ ب) = (١٨٠ − ٧٠) ÷ ٢ = ٥٥° (١)

∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ ب أ ء) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° (٢)

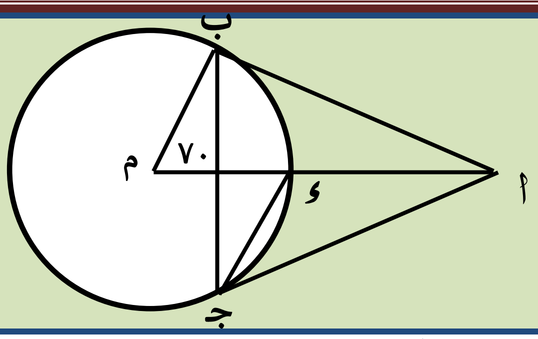
من (١)،(٢) ∴ ق(∠ ب أ ء) = ق(∠ س أ ب) ∴ أب⃡ ينصف زاوية ∠ ء أ س

∴ ق(∠ ء أ س) = ٢ × ٥٥ = ١١٠°

∴ ق(∠ ء أ س) + ق(∠ س) = ١١٠ + ٧٠ = ١٨٠

وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع أس⃡ ∴ أ ء // س ب

مثال ٨٠ : في الشكل المقابل



أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان مرسومتان من نقطة أ

ق(∠ أ م ب) = ٧٠°

اوجد : ق (∠ أ ب جـ) ، ق(∠ أ جـ ء)

∵ أ ب مماسة للدائرة عند ب ، م ب نصف قطر ∴ ق(∠ أ ب م) = ٩٠°

ومن Δ أ ب م : ق(∠ م أ ب) = ١٨٠ − (٩٠+ ٧٠) = ٣٠ ،

∵ $\overleftrightarrow{أم}$ ينصف ∠ ب أ جـ ∴ ق (∠ب أ جـ) ٢ × ٣٠ = ٤٠° ،

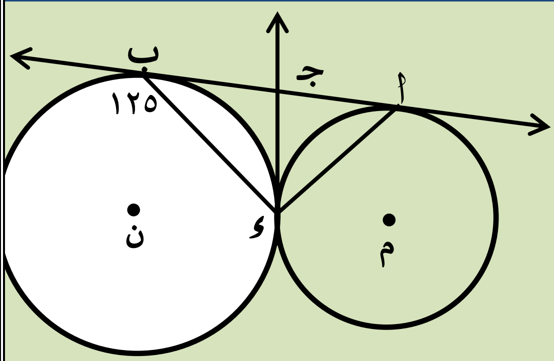
∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ∴ أ ب = أ جـ

∴ ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ أ ب جـ) = (١٨٠ − ٤٠) ÷ ٢ = ٧٠ المطلوب اولا

∵ ق (∠ب جـ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ أ م ء) محيطية ومركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{بء}$

∴ ق (∠ب جـ ء) = $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ = ٣٥° ∴ ق(∠ أ جـ ء)= ٧٠ − ٣٥ = ٣٥° المطلوب ثانيا

مثال ٨١ : في الشكل المقابل



م ، ن دائرتان متماستان من الخارج عند ء

أ ب مماس مشترك لهما عند أ ، ب

ء جـ مماس مشترك لهما عند ء حيث ء جـ ∩ أ ب = {جـ}

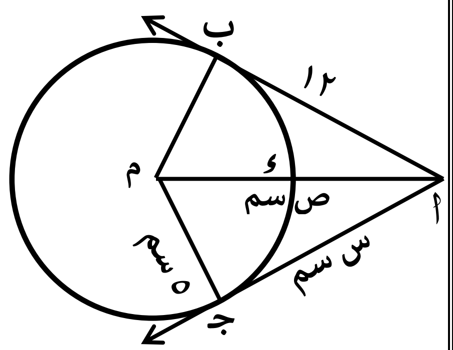
اثبت ان : **اولا** جـ منتصف أب : **ثانيا** أ ء ⊥ ب ء

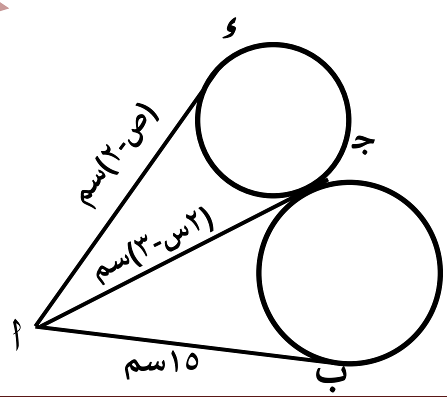
∵ $\overline{جـأ}$ ، $\overline{جـء}$ مماسان للدائرة م ∴ $\overline{جـأ}$ = $\overline{جـء}$ (١)

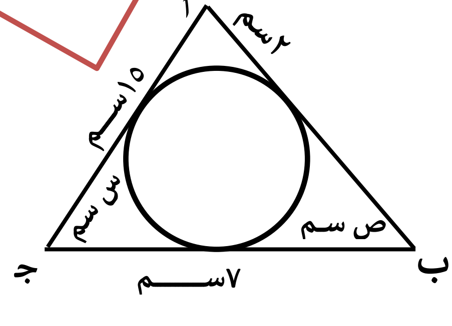
∵ $\overline{جـء}$ ، $\overline{جـب}$ مماسان للدائرة ن ∴ $\overline{جـء}$ = $\overline{جـب}$ (٢)

من (١)،(٢) $\overline{جـأ}$ = $\overline{جـء}$ = $\overline{جـب}$ ∴ جـ منتصف أب المطلوب اولا

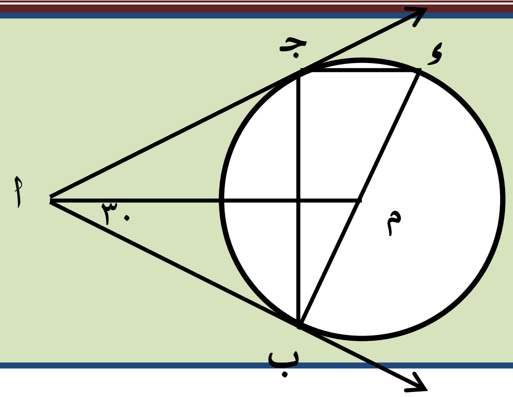
∴ في Δ أ ب ء ، ء جـ متوسط ، ء جـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب ∴ أ ء ⊥ ب ء







مثال ٨٢ : في الشكل المقابل



أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م

$\overline{\text{ب ء}}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠ م أ ب) = ٣٠°

اوجد بالبرهان : ق(∠ أ جـ ء)

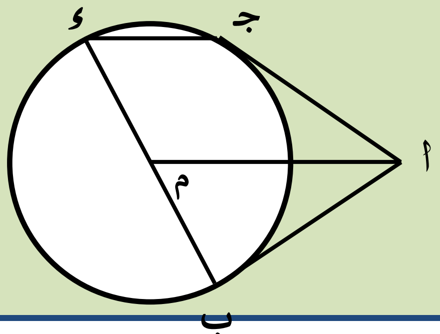
∵ أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م ∴ $\overrightarrow{\text{أ م}}$ ينصف ∠ ب أ جـ

∴ ق(∠ ب أ جـ) = ٢ × ٣٠ = ٦٠° ، أ ب = أ جـ ∴ Δ أ ب جـ متساوي الاضلاع

∴ ق(∠ أ جـ ب) = ٦٠° ، ∵ $\overline{\text{ب ء}}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ ء جـ ب) = ٩٠°

∴ ق(∠ أ جـ ء) = ٩٠ + ٦٠ = ١٥٠° وهو المطلوب

مثال ٨٣ : في الشكل المقابل



أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م

$\overline{\text{ب ء}}$ قطر في الدائرة م

اوجد بالبرهان : $\overline{\text{أ م}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$

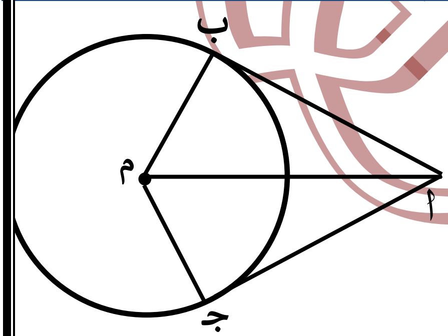
العمل نرسم $\overline{\text{ب جـ}}$ يقطع $\overline{\text{أ م}}$ في و

البرهان : ∵ أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م ∴ $\overline{\text{أ و}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ ق(∠ جـ و م) = ٩٠°

∵ $\overline{\text{ب ء}}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ و جـ ء) = ٩٠° مستر / حسام سبع ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦.

∴ ق(∠ جـ و م) + ق(∠ و جـ ء) = ١٨٠° وهما داخلتان وفي واحدة من القاطع $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ ∴ $\overline{\text{أ م}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$

مثال ٨٤ : اثبت ان القطعتين المماستين المرسومتين من نقطة خارج الدائرة متساويتين في الطول



∵ $\overline{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م ∴ ق(∠ أ ب م) = ٩٠°

∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة م ∴ ق(∠ أ جـ م) = ٩٠°

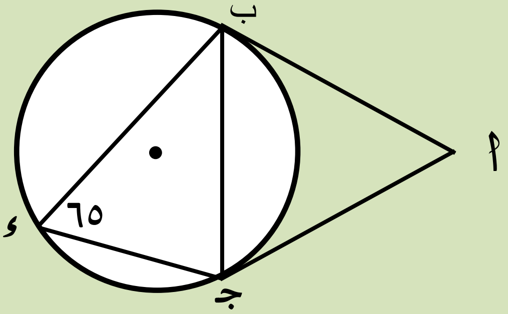
ΔΔ أ ب م ، أ جـ م فيهما

} م ب = م جـ = نق ،

} ق(∠ أ ب م) = ق(∠ أ جـ م) = ٩٠°

} أ م وتر مشترك ∴ Δ أ ب م ≡ Δ أ جـ م ∴ أ ب = أ جـ

مثال ٨٥: في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ

ق(∠ ب ء جـ) = ٦٥°

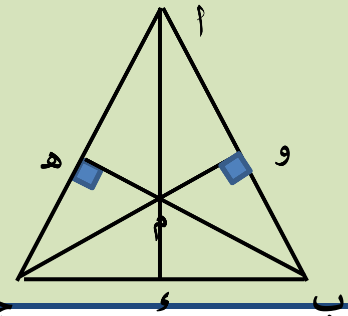
اوجد بالبرهان : ق(∠ ب أ جـ)

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ ∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ أ جـ ب)

∵ ق(∠ أ ب جـ) المماسية = ق(∠ جـ ء ب) المحيطية = ٦٥°

∴ ق(∠ أ) = ١٨٠ − (٦٥ + ٦٥) = ٥٠° وهو المطلوب اثباته

مثال ٨٦ : في الشكل المقابل



Δ أ ب جـ فيه : ب هـ ⊥ أ جـ ، جـ و ⊥ أ ب

ب هـ ∩ جـ و = { م } ، أ م ∩ ب جـ = { ء }

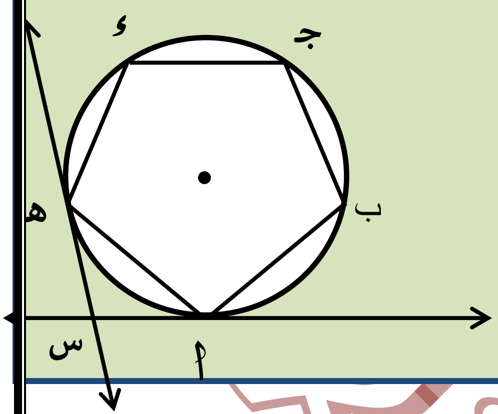
اثبت ان : الشكل م ء جـ هـ رباعي دائري

∵ ب هـ ⊥ أ جـ ، جـ و ⊥ أ ب ، ب هـ ∩ جـ و = { م } ∴ م نقطة تلاقي اعمدة Δ أ ب جـ

∴ $\overline{أء}$ تمر بالنقطة م ∴ أ ء ⊥ ب جـ ∴ ق(∠ م ء جـ) + ق(∠ م هـ جـ) = ١٨٠

∴ الشكل م ء جـ هـ رباعي دائري

مثال ٨٦ : في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء هـ خماسي منتظم مرسوم داخل دائرة م)

، $\overleftrightarrow{أس}$ مماس للدائرة عند أ ، $\overleftrightarrow{هـ س}$ مماس للدائرة عند هـ

بحيث $\overleftrightarrow{أس}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـ س}$ = { س }

صعبة

اوجد : ق($\overset{\frown}{أ هـ}$) ، ق(∠ أ س هـ)

∵ أ ب جـ ء هـ خماسي منتظم ∴ $\overline{أب}$ = $\overline{ب جـ}$ = $\overline{جـ ء}$ = $\overline{ء هـ}$ = $\overline{أ هـ}$

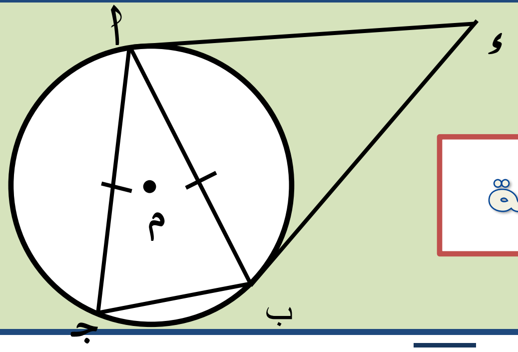
∴ ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ق($\overset{\frown}{جـ ء}$) = ق($\overset{\frown}{ء هـ}$) = ق($\overset{\frown}{أ هـ}$) م/ حسام سبع ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦

∴ ق($\overset{\frown}{أ هـ}$) = $\frac{٣٦٠}{٥}$ = ٧٢° ∵ ق(∠ أ هـ س) المماسية = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{أ هـ}$) = ٣٦°

∵ أس = هـ س ∴ ق(∠ هـ أ س) = ق(∠ أ هـ س) = ٣٦°

في Δ أ هـ س ق(∠ أ س هـ) = ١٨٠ − (٣٦ + ٣٦) = ١٠٨° المطلوب ثانيا

مثال ٨٧: في الشكل المقابل :



صعبة

$\overline{ءأ}$ ، $\overline{ءب}$ قطعتان مماستان للدائرة عند أ ، ب

جـ ∋ للدائرة م بحيث أ ب = أ جـ

اثبت ان : أ جـ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء

∵ $\overline{ءأ}$ ، $\overline{ءب}$ قطعتان مماستان للدائرة عند أ ، ب ∴ $\overline{ءأ}$ ، $\overline{ءب}$

∴ ق(∠ ءأب) = ق(∠ ءبأ) ، ∴ ق(∠ ء) = ١٨٠ – ٢ ق(∠ ءأب) (١)

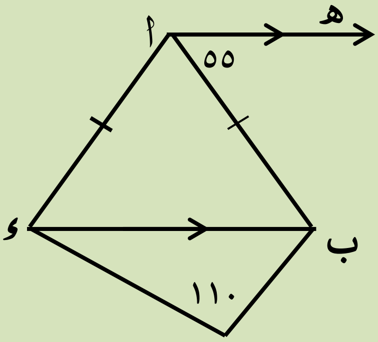
في Δ أب جـ ∵ أب = أجـ ∴ ق(∠ أب جـ) = ق(∠ أجـب)

∴ ق(∠ ب أجـ) = ١٨٠ – ٢ ق(∠ أ جـ ب) (٢)

∵ أء مماسة للدائرة ∴ ق(∠ أ جـ ب) المحيطية = ق(∠ ءأب) المماسية (٣)

من(١)،(٢)،(٣) ∴ ق(∠ ء) = ق(∠ ب أجـ) ∴ أجـ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء

مثال ٨٨: في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أهـ}$ // $\overleftrightarrow{ءب}$، ق(∠ب أ هـ) = ٥٥°، ق(∠جـ)=١١٠° ، أ ب = أء

اثبت ان :الشكل أب جـ ء رباعي دائري

: أهـ مماس للدائرة المارة برؤوس الشكل أب جـ ء

∵ $\overleftrightarrow{أهـ}$ // $\overleftrightarrow{ءب}$، أ ب قاطع لهما ∴ ق(∠ أب ء) = ق(∠ب أ هـ) = ٥٥° بالتبادل

∵، أ ب = أء ∴ ق(∠ أ ءب) = ٥٥° ∴ ق(∠ ب أ ء) = ١٨٠ – (٥٥ + ٥٥) = ٧٠°

∴ ق(∠ ب أ ء)+ق(∠ ب جـ ء) = ٧٠ + ١١٠ = ١٨٠° ∴ الشكل أب جـ ء رباعي دائري

∵ ق(∠ أ ءب) = ق(∠ب أ هـ) ∴ أهـ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أب ء

∵ الدائرة المارة برؤوس المثلث أب ء هي نفسها الدائرة المارة برؤوس الشكل أب جـ ء

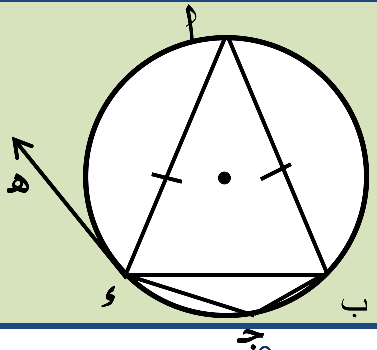
لاشتراكهما في ثلاث نقاط ∴ أهـ مماس للدائرة المارة برؤوس الشكل أب جـ ء

مثال ٨٩ : في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء مرسوم داخل دائرة فيه : أ ب = أ ء

ق(∠ جـ) = ١٤٠° ، ق(∠ أ ء هـ) = ٧٠

اثبت ان : ء هـ مماس للدائرة عند ء



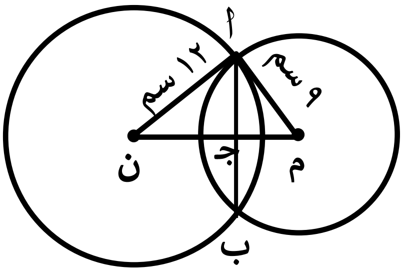
∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ أ) = ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠°

∵ أ ب = أ ء ∴ ق(∠ أ ب ء) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠

∴ ق(∠ أ ب ء) = ق(∠ أ ء هـ) ∴ ء هـ مماس للدائرة عند ء

مثال ٩٠ : م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، م أ = ٩سم ، أ ن = ١٢ سم ، م ن = ١٥ سم

اوجد طول $\overline{أ ب}$



∵ م ن خط مركزين ، أ ب الوتر المشترك للدائرتين أ ب ⊥ م ن ∴ أ جـ = جـ ب

في Δ أ م ن ∵ (أ م)^٢ = ٨١ ، (أ ن)^٢ = ١٤٤ ، (م ن)^٢ = ٢٢٥

∴ (م ن)^٢ = (أ م)^٢ + (أ ن)^٢ ∴ Δ أ م ن قائم الزاوية في أ

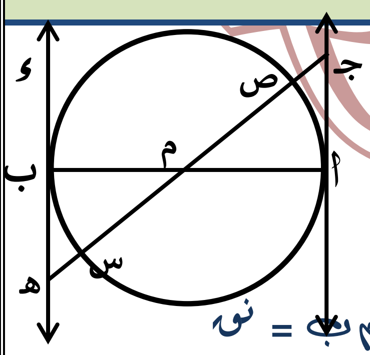
∴ أ جـ = $\frac{أ م \times أ ن}{م ن}$ = $\frac{٩ \times ١٢}{١٥}$ = ٧,٢ سم أ ب = ٢ أ جـ = ١٤,٤ سم

$\sqrt{(أ م)^٢ - (أ جـ)^٢}$ = $\sqrt{١٠٠-٣٦}$ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

∵ أ م = أ ن = نق ، أ جـ ⊥ م ن ∴ م ن = ٢ م جـ = ٢ × ٨ = ١٦ سم

مثال ٩١ : $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أ جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ مماسان للدائرة م ، سم $\overleftrightarrow{جـ ء}$ قطع الدائرة م في س ، ص

وقطع ب ء في هـ اثبت ان : جـ س = ص هـ



∵ $\overline{أ جـ}$ مماس للدائرة م عند أ ∴ $\overline{م أ}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ∴ ق(∠ جـ أ م) = ٩٠°

∵ $\overline{ب ء}$ مماس للدائرة م عند ب ∴ $\overline{م ب}$ ⊥ $\overline{ب ء}$ ∴ ق(∠ هـ ب م) = ٩٠°

∴ ΔΔ جـ أ م ، هـ ب م فيهما

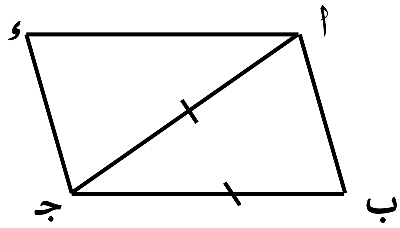
ق(∠ جـ أ م) = ق(∠ هـ ب م) ، ق(∠ أ م جـ) = ق(∠ ب م هـ) ، م أ = م ب = نق

∴ Δ جـ أ م ≡ Δ هـ ب م وينتج ان جـ م = هـ م ∵ س م = ص م = نق وبالطرح

∴ جـ س = ص هـ وهو المطلوب اثباته

مثال ٩٢: أ ب جـ ء متوازي اضلاع فيه أ جـ = ب جـ

اثبت ان : $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ



∵ أ جـ = ب جـ ∴ ق(∠ ب) = ق(∠ ب أ جـ) (١)

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ء جـ أ) = ق(∠ ب أ جـ) بالتبادل (٢)

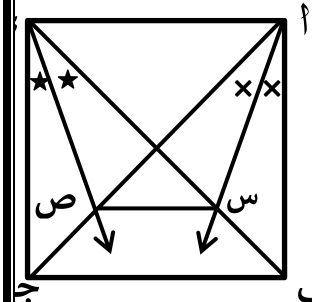
من (١)،(٢) ∴ ق(∠ ب) = ق(∠ ء جـ أ)

∴ $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ

مثال ٩٣: أ ب جـ ء مربع ، $\overrightarrow{\text{أ س}}$ ينصف ∠ ب أ جـ ويقطع $\overline{\text{ب ء}}$ في س

$\overrightarrow{\text{ء ص}}$ ينصف ∠ جـ ء ب ويقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ في ص

اثبت ان : الشكل أ س ص ء رباعي دائري ، ق(∠ أ ص س) = ٤٥°



∵ أ ب جـ ء مربع أ جـ ، ب ء قطر المربع ∴ ق(∠ ب أ جـ)=ق(∠ ب ء جـ)

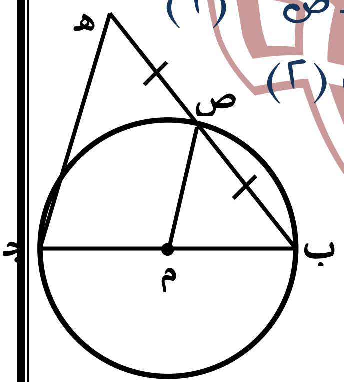
∴ $\frac{1}{2}$ق(∠ ب أ جـ)=$\frac{1}{2}$ق(∠ ب ء جـ) ∴ ق(∠ س أ ص)=ق(∠ س ء ص)

وهما مرسومتان علي $\overline{\text{س ص}}$ وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل أ س ص ء رباعي دائري

∴ ق(∠ أ ص س)=ق(∠ أ ء س) = ٤٥ مرسومتان علي $\overline{\text{أ س}}$ وفي جهة واحدة منها

مثال ٩٤ : $\overline{\text{ب جـ}}$ قطر في الدائرة م $\overline{\text{ب ص}}$ وتر فيها ، هـ ∈ $\overrightarrow{\text{ب ص}}$ حيث ص منتصف $\overline{\text{ب هـ}}$

اثبت ان ق(∠ ص م جـ) = ٢ ق(∠ ب هـ جـ) **حلوة حلوة حلوة**



البرهان ∵ ق(∠ ص م جـ)=٢ق(∠ ص ب جـ) مركزية و محيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{جـ ص}}$ (١)

∴ في △ ب م ص ∵ م ب = م ص = نق ∴ ق(∠ ص ب م) = ق(∠ ب ص م) (٢)

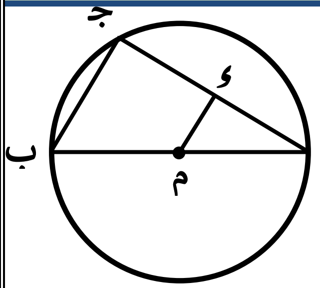
∵ ص ، م منتصفات $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ علي الترتيب ∴ $\overline{\text{م ص}}$ // $\overline{\text{هـ جـ}}$

∵ $\overline{\text{ب هـ}}$ قاطع لهما ∴ ق(∠ ب ص م) = ق(∠ ب هـ جـ) بالتناظر (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ ق(∠ ص م جـ) = ٢ ق(∠ ب هـ جـ)

مثال ٩٥ : أب قطر في الدائرة م ، أجـ وتر فيها ، حيث ق(∠ ب أ جـ) = ٣٠° رسمت ب جـ

ورسم م ء ⊥ أ جـ ويقطعه في ء **اثبت ان** ① ء م // ب جـ ② طول ب جـ = طول نصف قطر الدائرة



البرهان ∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ جـ) = ٩٠°

∵ م ء ⊥ أ جـ ∴ ق(∠ أ ء م) = ٩٠°

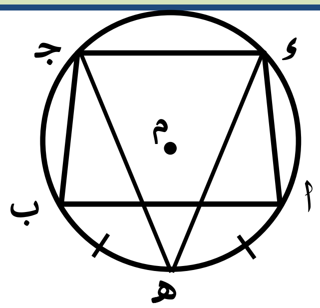
∴ ق(∠جـ) = ق(∠ أ ء م) = ٩٠° وهما في وضع تناظر ∴ ء م // ب جـ

∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في جـ ، ق(∠ أ) = ٣٠° ∴ ب جـ = $\frac{1}{2}$ أ جـ

∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ب جـ = طول نصف قطر الدائرة

مثال ٩٦: أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ، فإذا كان أب // ء جـ ، هـ منتصف أب

فاثبت ان : جـ هـ = ء هـ انت اللي هترسم (خبي الرسمة وجرب)



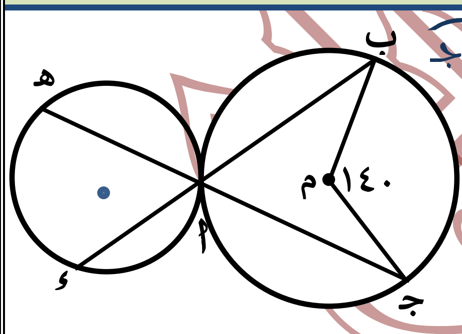
البرهان ∵ أب // ء جـ ∴ ق(أء) = ق(ب جـ) (١)

∵ هـ منتصف أب ∴ ق(أهـ) = ق(ب هـ) (٢)

من (١) ، (٢) وبالجمع ∴ ق(ء هـ) = ق(جـ هـ) ∴ جـ هـ = ء هـ

مثال ٩٧ : م ، ن دائرتان متماستان من الخارج في أ ، رسم ب أ ، جـ أ يقطعان الدائرة م في ب ،

جـ ويقطعان الدائرة ن في ء ، هـ علي الترتيب ، فإذا كان ق(∠ب م جـ) = ١٤٠° ، **فاوجد** هـ ء



البرهان ∵ ق(∠ب أ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠م) محيطية ومركزية مشتركتان في ب جـ

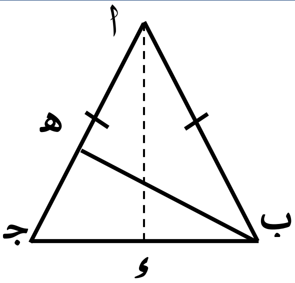
∴ ق(∠ ب أ جـ) = ٧٠° ، ∵ ب ء ، جـ هـ = {أ}

∴ ق(∠ هـ أ ء) = ق(∠ ب أ جـ) = ٧٠° بالتقابل بالرأس

∴ ق(هـ ء) = ٢ ق(∠ هـ أ ء) = ٢ × ٧٠ = ١٤٠°

مثال ٩٨ : أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه أب = أجـ ، ء منتصف ب جـ ، رسم ب هـ ⊥ أجـ

حيث ب هـ ∩ أجـ = {هـ} **اثبت ان** : النقط : أ ، ب ، ء ، هـ تمر بها دائرة واحدة



العمل : نرسم أء

البرهان: ∵ أب = أجـ ، ء منتصف ب جـ ∴ أء ⊥ ب جـ ، ∵ ب هـ ⊥ أجـ

، ∴ ق(∠ أءب) = ق(∠ أهـ ب) = ٩٠° وهما مرسومتان علي قاعدة واحدة

وفي جهة واحدة منها ∴ النقط : أ ، ب ، جـ ، ء تمر بها دائرة واحدة

مثال ٩٩ : أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة، س ∈ أب ، ص ∈ أجـ حيث

ق(أس) = ق(أس) ، جـ س ∩ أب = {ء} ، ب ص ∩ أجـ = {هـ}

اثبت ان : الشكل ب جـ هـ ء رباعي دائري ، ق(∠ ء هـ ب) = ق(∠ س أ ب)

∵ ق(أس) = ق(أس) ∴ ق(∠ أ جـ س) = ق(∠ أ ب ص) وهما مرسومتان علي ءهـ

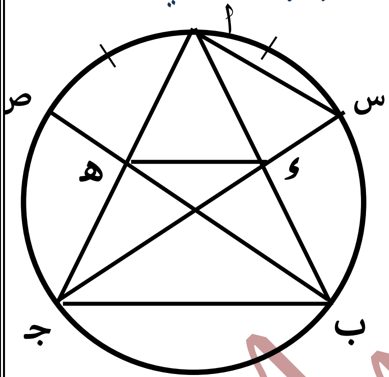
وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل ب جـ هـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠ ءهـ ب) = ق(∠ ءجـ ب)

وهما مرسومتان علي ءب وفي جهة واحدة منها

∴ ق(∠ ءهـ ب) = ق(∠س أ ب) محيطيتان مشتركان في (س ب)

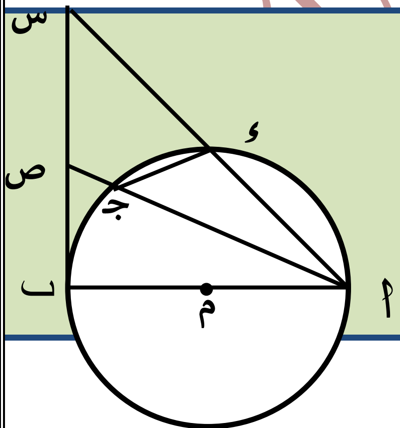
∴ ق(∠ ءهـ ب) = ق(∠س أ ب)



مثال ١٠٠ : في الشكل المقابل :

أب قطر ، ب س مماس

اثبت ان : ءجـ ص س رباعي دائري



∵ ق(∠ أ جـ ء) = $\frac{1}{2}$ (أ ء) محيطية تحصر (أ ء) (١)

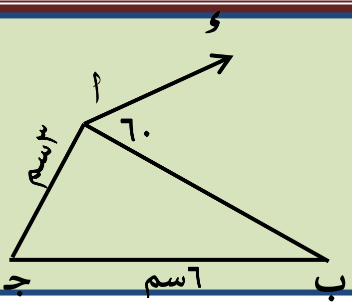
∵ ق(∠س) = $\frac{1}{2}$ (أ ب) − (ء ب) ∴ ق(∠س) = $\frac{1}{2}$ (أ ء) (٢)

من (١)،(٢) ∴ ق(∠ أ جـ ء) الخارجة = ق(∠س) ∴ الشكل ءجـ ص س رباعي دائري

مثال ١٠١ : ∆ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

ق(∠ ء أ ب) = ٦٠ ، أ جـ = ٣ سم ، ب جـ = ٦ سم

اثبت ان : أء مماس للدائرة المارة بالنقط : أ ، ب ، جـ



في ∆ أ ب جـ ∵ ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠ ، أجـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ ∴ ق(∠ب) = ٣٠

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠ – (٩٠ + ٣٠) = ٦٠ ∴ ق(∠ جـ) = ق(∠ ء أ ب) = ٦٠

∴ أء مماس للدائرة المارة بالنقط : أ ، ب ، جـ

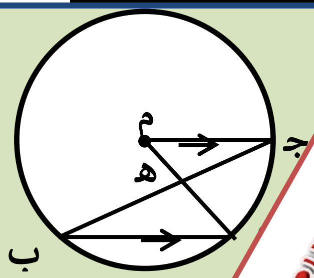
واحيانا يطلب منك ق (∠ ء أ ب)

مثال ١٠٢ : في الشكل المقابل

$\overline{\text{أ ب}}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{\text{جـ م}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

$\overline{\text{ب جـ}}$ ∩ $\overline{\text{أ م}}$ = {هـ} ، ق(∠أ) = ٦٠

اوجد : ق(∠ب)



البرهان : ∵ $\overline{\text{جـ م}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ م}}$ قاطع لهما ∴ ق(∠ أ م جـ) = ق(∠أ) = ٦٠ بالتبادل

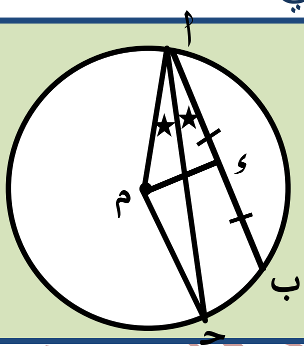
∴ ق(∠ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ م جـ) = ٣٠ محيطية و مركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$

مثال١٠٣ : في الشكل المقابل

$\overline{\text{أ ب}}$ وتر في الدائرة م ، أ جـ ينصف (∠ ب أ م) ويقطع الدائرة في م

فإذا كانت ء منتصف أ ب

فإثبت ان : ء م ⊥ جـ م مستر حسام سبع ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦



البرهان : في ∆ أ م جـ ∵ م جـ = م أ = نق ∴ ق(∠م أ جـ) = ق(∠ م جـ أ)

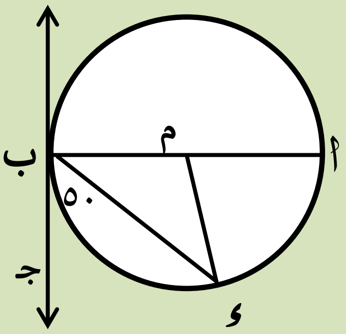
∵ (∠ب أ جـ) = ق(∠م أ جـ) ∴ (∠ب أ جـ) = ق(∠ أ جـ م) وهما في وضع تبادل

∴ أ ب // جـ م ∵ ء منتصف أب ، ∵ أ ب // جـ م ∴ ء م ⊥ جم **وهو المطلوب**

مثال١٠٧ : $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة م عند ب

ق(∠ ء ب جـ) = ٥٠°

اوجد بالبرهان : ق(∠ أ م ء)



∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة م عند ب ∴ ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠°

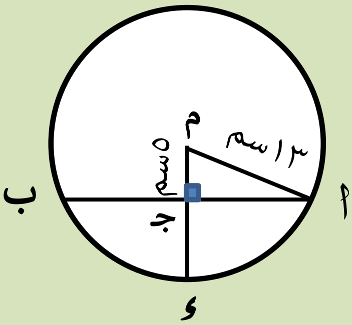
∴ ق(∠ أ ب ء) = ٩٠ − ٥٠ = ٤٠°

∴ ق(∠ أ م ء) = ٢ ق(∠ أ ب ء) = ٤٠ × ٢ = ٨٠ ° محيطية ومركزية مشتركتان في نفس القوس

مثال١٠٨ : في الشكل المقابل

م جـ ⊥ $\overline{أب}$ ، أ م = ١٣ سم ، م جـ = ٥ سم

اوجد بالبرهان : طول كلا من أ ب ، جـ ء



في Δ أ جـ م ∵ م جـ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ∴ أ جـ = $\sqrt{١٦٩ - ٢٥}$ = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

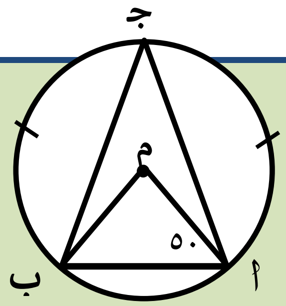
∵ م جـ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ∴ جـ منتصف أ ب ∴ أ ب = ١٢ × ٢ = ٢٤ سم المطلوب اولا

∵ م ء = م أ = نق = ١٣ سم ∴ جـ ء = ١٣ − ٥ = ٨ سم

مثال١٠٩ : فالشكل المقابل: مستر حسام سبع / ٠١٠٠٣٦٧١٧٨٦

ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق ($\overset{\frown}{ب جـ}$)

ق(∠ م أ ب) = ٥٠° اوجد : (∠ جـ أ م)



البرهان: ∵ م أ = م ب = نق ، ∴ ق(∠ م) = ١٨٠ − (٥٠ + ٥٠) = ٨٠°

∴ ق(∠ جـ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ م) = ٤٠ ° محيطة ومركزية مشتركتان في نفس القوس

∵ ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق ($\overset{\frown}{ب جـ}$) ∴ أ جـ = ب جـ ∴ ق(∠ جـ أ ب) = (١٨٠ − ٨٠) ÷ ٢ = ٧٠

∴ ق(∠ جـ أ م) = ٧٠ − ٥٠ = ٢٠ °