في الرياضيات
اليماني

مراجعة ليلة الامتحان

في الجبر والإحصاء

الصف الثالث الإعدادي
الفصل الدراسي الثاني

2025

إعداد

أسرة كتاب اليماني في الرياضيات

أولاً : الأسئلة المقالية

★ الوحدة الأولي :

*** حل المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :**

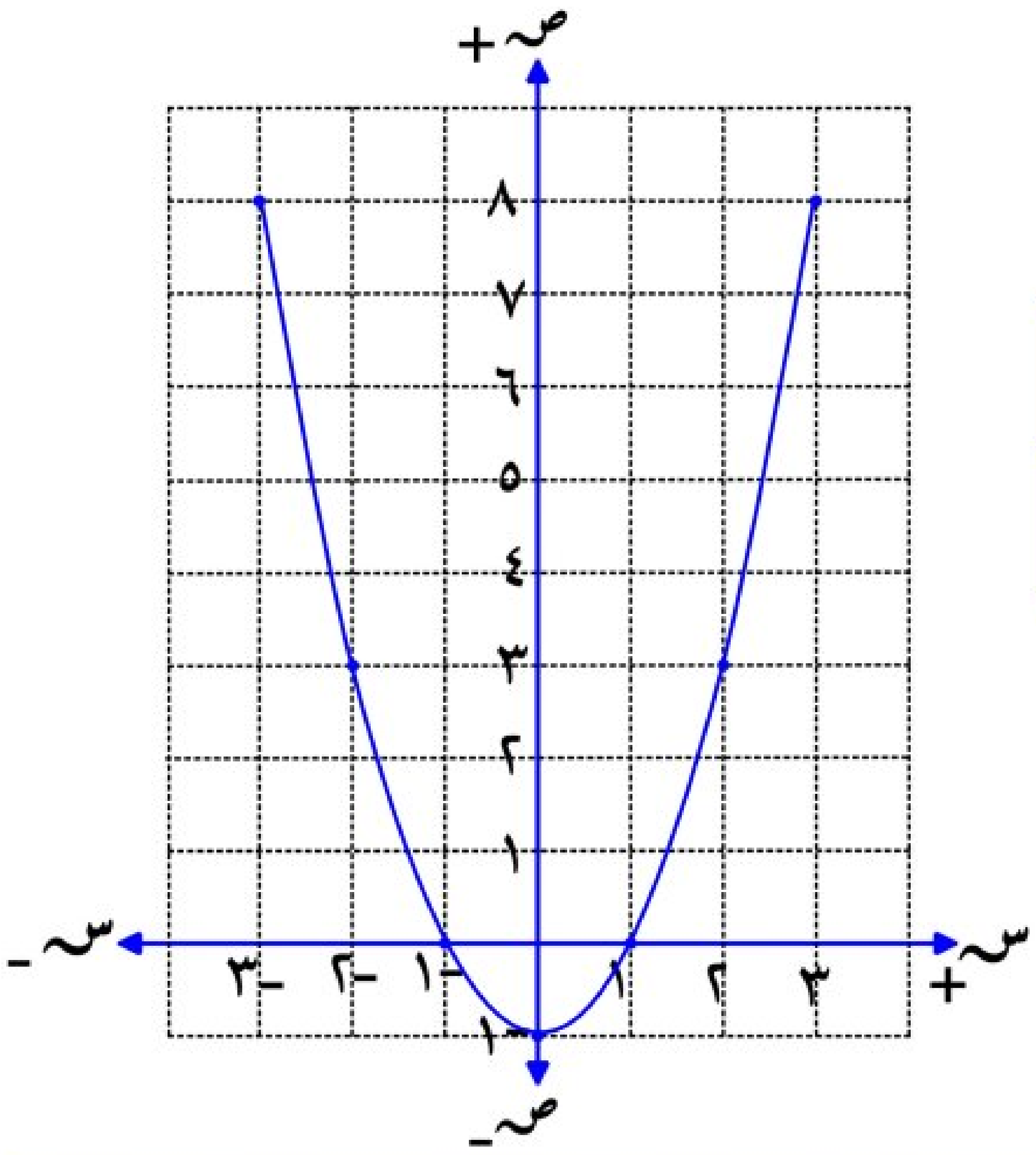
❶ ارسم الشكل البياني للدالة د : د(س) = س^{٢} − ١ في الفترة [−٣ ، ٣]

ومن الرسم أوجد في ع مجموعة حل المعادلة : س^{٢} − ١ = ٠

الحل :

∵ د(س) = س^{٢} − ١ في الفترة [−٣ ، ٣]

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د(س)	٨	٣	٠	−١	٠	٣	٨



ومن الرسم نجد أن :

∴ مجموعة الحل = {−١ ، ١}

---

❷ **أوجد في ع باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة :**

٣س^{٢} = ٥س − ١ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين.

الحل :

∵ ٣س^{٢} = ٥س − ١ ∴ ٣س^{٢} − ٥س + ١ = ٠

∴ $\boxed{\text{أ} = ٣ \quad ، \quad \text{ب} = −٥ \quad ، \quad \text{ج} = ١}$

∵ القانون العام : $\text{س} = \dfrac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\text{أ}\text{ج}}}{٢\text{أ}}$

∴ $\text{س}_{١} = \dfrac{٥ + \sqrt{(-٥)^{٢} - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣} = \dfrac{٥ + \sqrt{١٣}}{٦} \simeq ١,٤٣$

∴ $\text{س}_{٢} = \dfrac{٥ - \sqrt{(-٥)^{٢} - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣} = \dfrac{٥ - \sqrt{١٣}}{٦} \simeq ٠,٢٣$

∴ **مجموعة الحل = {١,٤٣ ، ٠,٢٣}**

٣ أوجد في ح باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة :

$\text{س}(\text{س} - ١) = ٤$ مقرباً الناتج لأقرب ثلاثة أرقام عشرية.

الحل :

∵ $\text{س}(\text{س} - ١) = ٤$ ∴ $\text{س}^٢ - \text{س} - ٤ = ٠$

∴ $\boxed{\text{أ} = ١ \text{ ، } \text{ب} = -١ \text{ ، } \text{حـ} = -٤}$ ∵ القانون العام : $\text{س} = \dfrac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^٢ - ٤\text{أحـ}}}{٢\text{أ}}$

∴ $\text{س}_١ = \dfrac{١ + \sqrt{(-١)^٢ - ٤ \times ١ \times -٤}}{٢ \times ١} = \dfrac{١ + \sqrt{١٧}}{٢} \simeq ٢,٥٦٢$

∴ $\text{س}_٢ = \dfrac{١ - \sqrt{(-١)^٢ - ٤ \times ١ \times -٤}}{٢ \times ١} = \dfrac{١ - \sqrt{١٧}}{٢} \simeq -١,٥٦٢$

∴ **مجموعة الحل** = {٢,٥٦٢ ، −١,٥٦٢}

*** حل معادلتين من الدرجة الأولي في متغيرين :**

٤ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين في ح × ح بيانيًا :

$\text{ص} = \text{س} + ٤$ ، $\text{س} + \text{ص} = ٤$

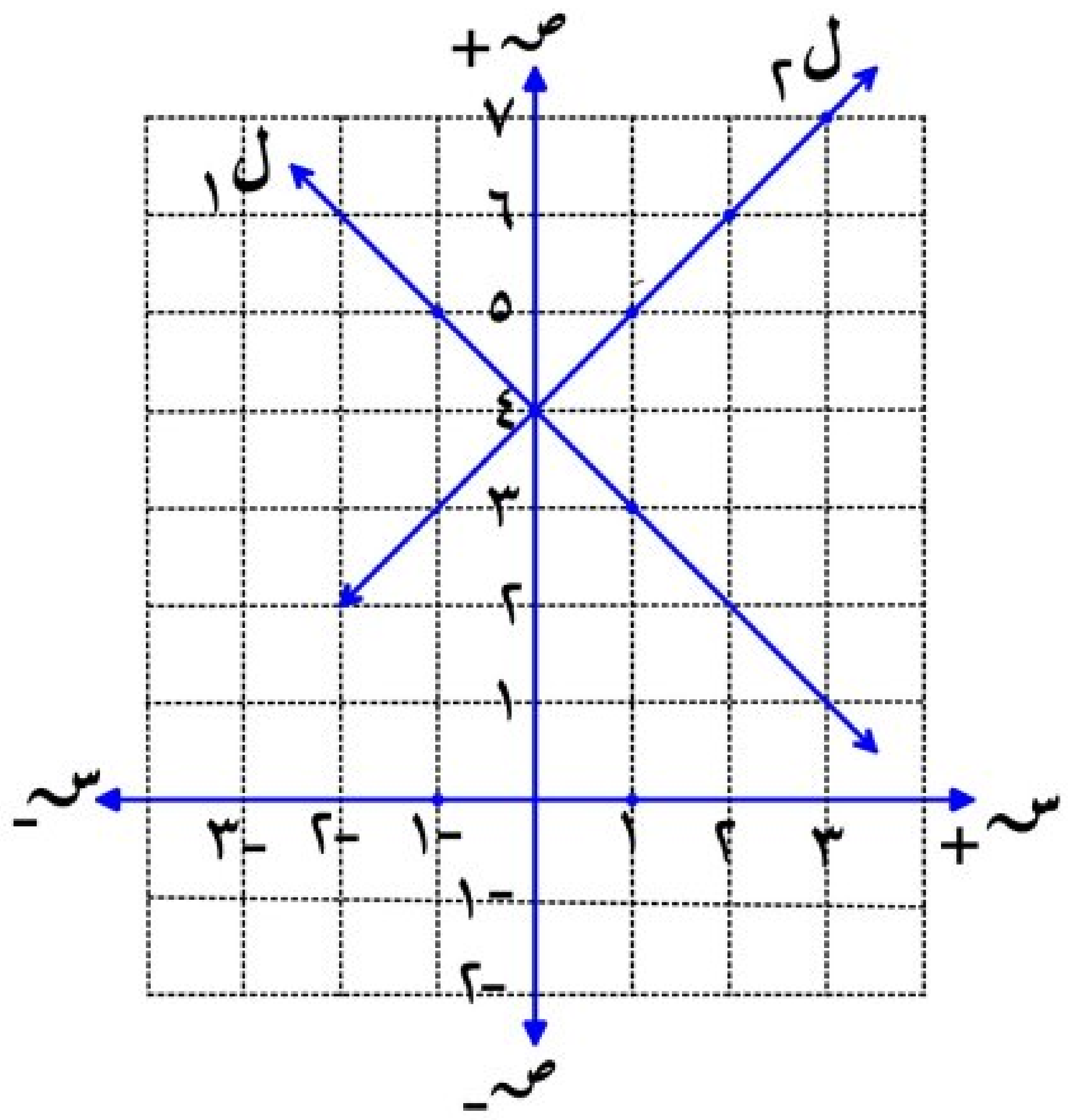
الحل :

∵ $\text{ل}_١ : \text{ص} = \text{س} + ٤$

س	١	٢	٣
ص	٥	٦	٧

، ∵ $\text{ل}_٢ : \text{س} + \text{ص} = ٤$ ∴ $\text{ص} = ٤ - \text{س}$

س	١	٢	٣
ص	٣	٢	١



∴ **مجموعة الحل** = {(٠ ، ٤)}

---

٥ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين في ح × ح جبريًا :

$\text{س} + \text{ص} = ٤$ ، $٢\text{س} - \text{ص} = ٢$

الحل :

$\text{س} + \text{ص} = ٤$ (١)

$٢\text{س} - \text{ص} = ٢$ (٢) **بالجمع**

$٣\text{س} = ٦$ (÷٣) $\boxed{∴ \text{س} = ٢}$ **بالتعويض عن س في المعادلة الأولي :**

$٢ + \text{ص} = ٤$ $\boxed{∴ \text{ص} = ٢}$

∴ **مجموعة الحل** = {(٢ ، ٢)}

٦ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين في ح × ح جبريًا :

س − ص = ٤ (١) ، ٣س + ٢ص = ٧ (٢)

الحل : بضرب المعادلة الأولي في (٢)

٢س − ٢ص = ٨ (١)

٣س + ٢ص = ٧ (٢)

بالجمع

٥س = ١٥ (÷ ٥) ∴ س = ٣ **بالتعويض عن س في المعادلة الثانية :**

٣ × ٣ + ٢ص = ٧

٢ص = ٧ − ٩ ∴ ٢ص = − ٢ (÷ ٢) ∴ ص = − ١

∴ **مجموعة الحل** = {(٣ ، − ١)}

---

٧ أوجد قيمتي أ ، ب علماً بأن {(١ ، ٢)} حل للمعادلتين :

أ س + ب ص = ٤ ، ٣ أ س + ٢ ب ص = ٠

الحل : ∵ {(١ ، ٢)} حل للمعادلتين :

أ + ٢ب = ٤ (١) (× − ٢) ، ٣أ + ٤ب = ٠ (٢)

بضرب المعادلة الأولي في (− ٢) :

− ٢أ − ٤ب = − ٨

٣أ + ٤ب = ٠

بالجمع

أ = − ٨ **بالتعويض عن أ في المعادلة الأولي :**

− ٨ + ٢ب = ٤ ∴ ٢ب = ١٢ (÷ ٢) ∴ ب = ٦

---

٨ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° **أوجد :** قياس كل منهما ؟

الحل : نفرض أن قياسي الزاويتين س ، ص

س + ص = ٩٠ (١)

س − ص = ٥٠ (٢)

بالجمع

٢س = ١٤٠ (÷ ٢) ∴ س = ٧٠ **بالتعويض عن س في المعادلة الأولي :**

٧٠ + ص = ٩٠ ∴ ص = ٢٠ ∴ **قياسي الزاويتين هما ٧٠° ، ٢٠°**

* حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولي والأخرى من الدرجة الثانية في متغيرين :

٩ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين في ح × ح :

ص − س = ٢ ، س^{٢} + س ص − ٤ = ٠

الحل : ص = ٢ + س (١) ، س^{٢} + س ص − ٤ = ٠ (٢)

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية : س^{٢} + س(٢ + س) − ٤ = ٠

∴ س^{٢} + ٢ س + س^{٢} − ٤ = ٠ ∴ ٢ س^{٢} + ٢ س − ٤ = ٠ (÷ ٢)

∴ س^{٢} + س − ٢ = ٠

(س − ١) (س + ٢) = ٠

∴ $\boxed{\text{س = ١}}$ ، $\boxed{\text{س = − ٢}}$ بالتعويض عن س في المعادلة الأولي :

∴ $\boxed{\text{ص = ٣}}$ ، $\boxed{\text{ص = ٠}}$ ∴ مجموعة الحل = { (١ ، ٣) ، (−٢ ، ٠) }

---

١٠ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين في ح × ح :

س − ص = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥

الحل : س = ١ + ص ⟵ (١) ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ ⟵ (٢)

بالتعويض عن س في المعادلة الثانية : (١ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ٢٥

∴ ١ + ٢ ص + ص^{٢} + ص^{٢} − ٢٥ = ٠ ∴ ٢ ص^{٢} + ٢ ص − ٢٤ = ٠ (÷ ٢)

∴ ص^{٢} + ص − ١٢ = ٠

(ص − ٣) (ص + ٤) = ٠

∴ $\boxed{\text{ص = ٣}}$ ، $\boxed{\text{ص = − ٤}}$ بالتعويض عن ص في المعادلة الأولي :

∴ $\boxed{\text{س = ٤}}$ ، $\boxed{\text{س = − ٣}}$ ∴ مجموعة الحل = { (٤ ، ٣) ، (−٣ ، −٤) }

---

١١ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار **٣ سم** ومساحته **٢٨ سم^{٢}** **أوجد :** محيطه.

الحل : نفرض أن : طول المستطيل **س** ،وعرضه **ص**

∵ س − ص = ٣ ∴ س = ٣ + ص ⟵ (١)

، س ص = ٢٨ ⟵ (٢) بالتعويض عن **س** في المعادلة الثانية : ص(٣ + ص) = ٢٨

∴ ص^{٢} + ٣ ص − ٢٨ = ٠

∴ (ص − ٤) (ص + ٧) = ٠

∴ $\boxed{\text{ص = ٤}}$ ، $\boxed{\text{ص = − ٧}}$ مرفوض بالتعويض عن **ص** في المعادلة الأولي :

∴ $\boxed{\text{س = ٧}}$ ∴ بعديه المستطيل : **٧ سم ، ٤ سم**

∴ محيط المستطيل = (٧ + ٤) × ٢ = **٢٢ سم**

★ الوحدة الثانية :

* أصفار ومجال الدالة ـ اختزال الكسر الجبري :

⑫ أوجد مجموعة أصفار الدوال الآتية في ع :

① د(س) = − ٣ س

(الحل) − ٣ س = ٠ (÷ − ٣)

∴ س = ٠

∴ ص(د) = {٠}

② د(س) = س^{٢} − ٢ س

(الحل) س (س − ٢) = ٠

∴ س = ٠ ، س = ٢

∴ ص(د) = {٠ ، ٢}

③ د(س) = س^{٢} − ١٦

(الحل) (س − ٤)(س + ٤) = ٠

∴ س = ٤ ، س = − ٤

∴ ص(د) = {٤ ، − ٤}

④ د(س) = س(س^{٢} − ٢ س + ١)

(الحل) س (س − ١)(س − ١) = ٠

∴ س = ٠ ، س = ١

∴ ص(د) = {٠ ، ١}

⑤ د(س) = ١

(الحل) ∴ ص(د) = $\emptyset$

⑥ د(س) = صفر

(الحل) ∴ ص(د) = ع

---

⑬ عين مجال كل من الدوال الآتية في ع :

① ن(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}-١}$

(الحل) ∴ مجال ن = ع − {١}

② ن(س) = $\frac{\text{س}-٢}{٢\text{س}}$

(الحل) ∴ مجال ن = ع − {٠}

③ ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢}-١}{\text{س}^{٢}+١}$

(الحل) ∴ مجال ن = ع

④ ن(س) = $\frac{\text{س}+٣}{٤}$

(الحل) ∴ مجال ن = ع

---

⑭ أوجد المجال المشترك لكل من :

① $\frac{٢}{\text{س}-٣}$ ، $\frac{٧}{٢\text{س}-٦}$

(الحل) ∴ المجال المشترك = ع − {٣}

② $\frac{٣}{\text{س}^{٢}-\text{س}}$ ، $\frac{٢\text{س}-٣}{\text{س}^{٢}-١}$

(الحل) ∴ مجال ن = ع − {٠ ، ١ ، − ١}

---

⑮ اختزال الكسر الآتي : ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢}-٤}{\text{س}^{٢}-٥\text{س}+٦}$ **ثم أوجد :** ن(٢) ، ن(٤) إن أمكن.

(الحل) ∴ ن(س) = $\frac{(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)}{(\text{س}-٣)(\text{س}-٢)}$ ∴ مجال ن = ع − {٣ ، ٢}

∴ ن(س) = $\frac{\text{س}+٢}{\text{س}-٣}$ ∴ ن(٢) غير معرفة ، ن(٤) = $\frac{٤+٢}{٤-٣}$ = ٦

* تساوي كسريين جبريين :

١٦ إذا كان : $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢س+٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢+٢س}{س^٢+٤س+٤}$ **أثبت أن :** $ن_١ = ن_٢$

(الحل) ∵ $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢(س+٢)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س(س+٢)}{(س+٢)(س+٢)}$

∴ مجال $ن_١ =$ ح − {−٢} ، مجال $ن_٢ =$ ح − {−٢}

∴ اختزال $ن_١ = \frac{س}{س+٢}$ ، اختزال $ن_٢ = \frac{س}{س+٢}$

∴ مجال $ن_١ =$ مجال $ن_٢$ ، اختزال $ن_١ =$ اختزال $ن_٢$ ∴ $ن_١ = ن_٢$

---

١٧ إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢}{س^٣-س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣+س^٢+س}{س^٤-س}$ **أثبت أن :** $ن_١ = ن_٢$

(الحل) ∵ $ن_١(س) = \frac{س^٢}{س^٢(س-١)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س(س^٢+س+١)}{س(س^٣-١)}$

، $ن_٢(س) = \frac{س(س^٢+س+١)}{س(س-١)(س^٢+س+١)}$

∴ مجال $ن_١ =$ ح − {٠ ، ١} ، مجال $ن_٢ =$ ح − {٠ ، ١}

∴ اختزال $ن_١ = \frac{١}{س-١}$ ، اختزال $ن_٢ = \frac{١}{س-١}$

∴ مجال $ن_١ =$ مجال $ن_٢$ ، اختزال $ن_١ =$ اختزال $ن_٢$ ∴ $ن_١ = ن_٢$

---

١٨ إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢-٤}{س^٢+س-٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢-س-٦}{س^٢-٩}$

بين ما إذا كان : $ن_١ = ن_٢$ أم لا مع ذكر السبب ؟

(الحل) ∵ $ن_١(س) = \frac{(س+٢)(س-٢)}{(س+٣)(س-٢)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{(س+٢)(س-٣)}{(س+٣)(س-٣)}$

∴ مجال $ن_١ =$ ح − {−٣ ، ٢} ، مجال $ن_٢ =$ ح − {−٣ ، ٣}

∴ اختزال $ن_١ = \frac{س+٢}{س+٣}$ ، اختزال $ن_٢ = \frac{س+٢}{س+٣}$

∴ $ن_١ \neq ن_٢$ **لأن :** مجال $ن_١ \neq$ مجال $ن_٢$

- ولكن $ن_١ = ن_٢$ في المجال المشترك وهو ح − {−٣ ، ٢ ، ٣}

١٩ أوجد المجال المشترك الذي تتساوي فيه الدالتان $\text{ن}_١$ ، $\text{ن}_٢$ حيث :

$$\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢+\text{س}-١٢}{\text{س}^٢+٥\text{س}+٤} \quad ، \quad \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢-٢\text{س}-٣}{\text{س}^٢+٢\text{س}+١}$$

(الحل) ∵ $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{(\text{س}+٤)(\text{س}-٣)}{(\text{س}+٤)(\text{س}+١)}$ ، $\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{(\text{س}+١)(\text{س}-٣)}{(\text{س}+١)(\text{س}+١)}$

∴ مجال $\text{ن}_١ = \text{ع} - \{-٤ ، -١\}$ ، مجال $\text{ن}_٢ = \text{ع} - \{-١\}$

∴ اختزال $\text{ن}_١ = \frac{\text{س}-٣}{\text{س}+١}$ ، اختزال $\text{ن}_٢ = \frac{\text{س}-٣}{\text{س}+١}$

∴ مجال $\text{ن}_١ \neq$ مجال $\text{ن}_٢$ ، اختزال $\text{ن}_١$ = اختزال $\text{ن}_٢$

∴ $\text{ن}_١(\text{س}) = \text{ن}_٢(\text{س})$ في المجال المشترك وهو $\text{ع} - \{-٤ ، -١\}$

*** العمليات على الكسور الجبرية :**

٢٠ اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال ن :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٣-١}{\text{س}^٢-\text{س}} \times \frac{\text{س}+٣}{\text{س}^٢+\text{س}+١}$$ **ثم أوجد : ن(١) ، ن(٣) إن أمكن.**

(الحل) ∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}-١)(\text{س}^٢+\text{س}+١)}{\text{س}(\text{س}-١)} \times \frac{\text{س}+٣}{\text{س}^٢+\text{س}+١}$

∴ مجال $\text{ن} = \text{ع} - \{٠ ، ١\}$ ∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}+٣}{\text{س}}$

∴ ن(١) غير معرفة ، $\text{ن}(٣) = \frac{٣+٣}{٣} = ٢$

---

٢١ اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال ن : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢-٢\text{س}-١٥}{\text{س}^٢-٩} \div \frac{٢\text{س}-١٠}{\text{س}^٢-٦\text{س}+٩}$

(الحل) ∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}+٣)(\text{س}-٥)}{(\text{س}+٣)(\text{س}-٣)} \div \frac{٢(\text{س}-٥)}{(\text{س}-٣)(\text{س}-٣)}$

∴ مجال $\text{ن} = \text{ع} - \{-٣ ، ٣ ، ٥\}$

∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}+٣)(\text{س}-٥)}{(\text{س}+٣)(\text{س}-٣)} \times \frac{(\text{س}-٣)(\text{س}-٣)}{٢(\text{س}-٥)} = \frac{\text{س}-٣}{٢}$

---

٢٢ اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال ن : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}-٥}{\text{س}^٢-٢\text{س}-١٥} + \frac{٨}{٢\text{س}+٦}$

(الحل) ∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}-٥}{(\text{س}+٣)(\text{س}-٥)} + \frac{٨}{٢(\text{س}+٣)}$

∴ مجال $\text{ن} = \text{ع} - \{-٣ ، ٥\}$

∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}+٣} + \frac{٤}{\text{س}+٣} = \frac{١+٤}{\text{س}+٣} = \frac{٥}{\text{س}+٣}$

㉓ اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال ن : $ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{س^{٢}-١٦}$

(الحل) $\therefore ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{(س+٤)(س-٤)}$

$\therefore$ مجال $ن = ح - \{٤ ، -٤\}$

$\therefore ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{١}{س-٤} = \frac{س-١}{س-٤}$

㉔ اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال ن : $ن(س) = \frac{س^{٢}}{س-١} + \frac{س}{١-س}$

(الحل) $\therefore ن(س) = \frac{س^{٢}}{س-١} - \frac{س}{س-١}$

$\therefore$ مجال $ن = ح - \{١\}$

$\therefore ن(س) = \frac{س^{٢}-س}{س-١} = \frac{س(س-١)}{س-١} = س$

㉕ اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال ن : $ن(س) = \frac{س-٣}{س^{٢}-٧س+١٢} - \frac{٤}{س^{٢}-٤س}$

(الحل) $\therefore ن(س) = \frac{س-٣}{(س-٣)(س-٤)} - \frac{٤}{س(س-٤)}$

$\therefore$ مجال $ن = ح - \{٣ ، ٤ ، ٠\}$

$\therefore ن(س) = \frac{١}{(س-٤)} - \frac{٤}{س(س-٤)} = \frac{س-٤}{س(س-٤)} = \frac{١}{س}$

---

* تمارين متنوعة :

㉖ إذا كانت : $ن(س) = \frac{س^{٢}-٢س}{س^{٢}-٣س+٢}$ **فأوجد :**

① $ن^{-١}(س)$ في أبسط صورة وعين مجالها ② قيمة س عندما $ن^{-١}(س) = ٣$

الحل :

① $\therefore ن^{-١}(س) = \frac{س^{٢}-٣س+٢}{س^{٢}-٢س} = \frac{(س-١)(س-٢)}{س(س-٢)}$

$\therefore$ مجال $ن^{-١} = ح - \{١ ، ٢ ، ٠\}$ $\therefore ن^{-١}(س) = \frac{س-١}{س}$

② $\because ن^{-١}(س) = ٣$ $\therefore \frac{س-١}{س} = ٣$ $\therefore ٣س = س - ١$

$\therefore ٣س - س = -١$ $\therefore ٢س = -١ \quad (÷٢)$ $\therefore \boxed{س = -\frac{١}{٢}}$

٢٧ إذا كانت : ص(د) = {٥} ، د(س) = س^٣ - ٣س^٢ + م **فأوجد** : قيمة م

الحل : ∵ ص(د) = {٥} ∴ د(٥) = (٥)^٣ - ٣(٥)^٢ + م = ٠

∴ ١٢٥ - ٧٥ + م = ٠ ∴ ٥٠ + م = ٠ ∴ $\boxed{\text{م} = -٥٠}$

---

٢٨ إذا كان مجال الدالة ى : ى(س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س}^٢ - \text{م س} + ٤}$ هو ح - {٢} **أوجد** : قيمة م

الحل :

∵ مجال ى = ح - {٢} ∴ **المقام** : س^٢ - م س + ٤ = ٠ عندما س = ٢

∴ ٤ - ٢م + ٤ = ٠ ∴ - ٢م + ٨ = ٠

∴ - ٢م = -٨ (÷ - ٢) ∴ $\boxed{\text{م} = ٤}$

---

٢٩ إذا كان مجال الدالة ى : ى(س) = $\frac{\text{س} + \text{ب}}{\text{س} + \text{م}}$ هو ح - {-٢} ، وكانت ى(٠) = ٣

أوجد : قيمة كل من م ، ب

الحل : ∵ مجال ى = ح - {-٢} ∴ **المقام** : س + م = ٠ عندما س = - ٢

∴ -٢ + م = ٠ ∴ $\boxed{\text{م} = ٢}$

∴ ى(س) = $\frac{\text{س} + \text{ب}}{\text{س} + ٢}$ ∵ ى(٠) = ٣

∴ ى(٠) = $\frac{٠ + \text{ب}}{٠ + ٢}$ = ٣ ∴ $\boxed{\text{ب} = ٦}$

---

٣٠ إذا كان مجال الدالة ى : ى(س) = $\frac{\text{ب}}{\text{س}} + \frac{٩}{\text{س} + \text{م}}$ هو ح - {٠ ، ٤} ، ى(٥) = ٢

أوجد : قيمة كل من م ، ب

الحل :

∵ مجال ى = ح - {٠ ، ٤} ∴ **المقام** : س + م = ٠ عندما س = ٤

∴ ٤ + م = ٠ ∴ $\boxed{\text{م} = -٤}$

∴ ى(س) = $\frac{\text{ب}}{\text{س}} + \frac{٩}{\text{س} - ٤}$ ∵ ى(٥) = ٢

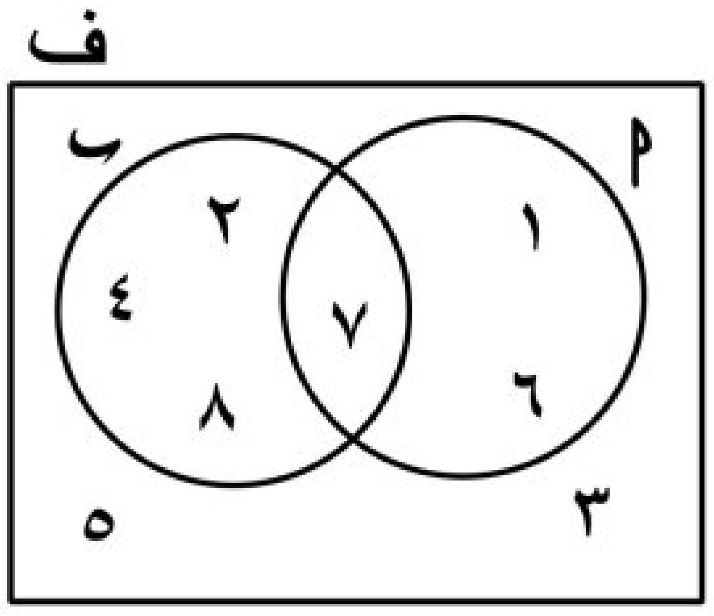
∴ ى(٥) = $\frac{\text{ب}}{٥} + \frac{٩}{٥ - ٤}$ = ٢ ∴ $\frac{\text{ب}}{٥}$ + ٩ = ٢

∴ $\frac{\text{ب}}{٥}$ = -٧ ∴ $\boxed{\text{ب} = -٣٥}$

★ الوحدة الثالثة :

* أمثلة هامة على الاحتمال :

٣١ من الشكل أوجد :



ن(ف) = ٨ ، ل(أ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل(ب) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

، ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{٦}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$

، ل(أ − ب) = $\frac{٢}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$ ، ل(ب − أ) = $\frac{٣}{٨}$

، ل(أَ) = $\frac{٥}{٨}$ ، ل(بَ) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

---

٣٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاءِ عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٧

فأوجد : ل(أَ) ، ل(أ ∩ ب) ، ل(أ − ب)

(الحل) ل(أَ) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

، ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب) = ٠,٦ + ٠,٥ − ٠,٧ = ٠,٤

، ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ − ٠,٤ = ٠,٢

---

٣٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاءِ عينة وكان ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$

فأوجد : ل(أ ∪ ب) في الحالات الآتية :

(١) أ ، ب حدثين متنافيين (٢) ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$

(الحل) (١) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{١٧}{٢٤}$

(٢) ∵ أ ، ب متنافيين ∴ **ل(أ ∩ ب) =** صفر

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٥}{٦}$

---

٣٤ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاءِ عينة وكان ل(ب) = $\frac{١}{١٢}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$

فأوجد ل(أ) إذا كان : (١) أ ، ب حدثين متنافيين (٢) ب ⊂ أ

(الحل) (١) ∵ أ ، ب متنافيين ∴ **ل(أ ∩ ب) =** صفر

∴ **ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)** ∴ **ل**(أ) + $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ **ل**(ب) = $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$

(٢) ∵ ب ⊂ أ ∴ **ل**(أ) = ل(أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$

ثانيًا : أسئلة الاختيار من متعدد

★ الوحدة الأولي :

① في المعادلة : $ﻡ$ س^2 + ب س + حـ = ٠ إذا كان : ب^2 − ٤ ﻡ حـ > ٠

فإن : عدد جذور المعادلة في ع يساوي ....

(أ) ١ (ب) ٢ (حـ) صفر (د) عدد لا نهائي

---

② معادلة محور تماثل منحني الدالة د : د(س) = س^2 − ٤ هي ....

(أ) س = − ٤ (ب) س = ٠ (حـ) ص = ٠ (د) ص = − ٤

---

③ إذا كان منحني الدالة التربيعية (د) لا يقطع محور السينات في أي نقطة

فإن : عدد حلول المعادلة د(س) = ٠ في ع يساوي ....

(أ) حل وحيد (ب) حلان (حـ) صفر (د) عدد لا نهائي

---

④ إذا كان منحني الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (− ١ ، ٠) ، (٠ ، − ٤) ، (٤ ، ٠)

فإن : مجموعة المعادلة د(س) = ٠ في ع هي ....

(أ) {− ١ ، ٠} (ب) {− ٤ ، ٠} (حـ) {− ١ ، ٤} (د) {٤ ، − ٤}

---

⑤ عدد حلول المعادلة : س = ٣ في ع × ع هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

---

⑥ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٢ ، ص + س = ٣ معًا في ع × ع هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (د) ٣

---

⑦ إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ٣ص = ٤ ، س + ﻡ ص = ٧ متوازيين

فإن : ﻡ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (حـ) ٧ (د) ١١

---

⑧ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ص = ٧ ، ٣س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول

فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٧ (حـ) ١٢ (د) ٢١

⑨ إذا كان للمعادلتين : س + ٢ص = ١ ، ٢س + ك ص = ٢ حل وحيد

فإن : ك لا يمكن أن تساوي ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) −٤

---

⑩ المستقيمان : ٣س + ٥ص = ٠ ، ٥س − ٣ص = ٠ يتقاطعان في ....

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثاني (ج) نقطة الأصل (د) الربع الثالث

---

⑪ نقطة تقاطع المستقيمين : ص = ٢ ، س + ص = ٦ هي ....

(أ) (٢، ٦) (ب) (٢، ٤) (ج) (٤، ٢) (د) (٦، ٢)

---

⑫ مجموعة حل المعادلتين : س − ٣ = ٠ ، ص = ٤ في ع × ع هي ....

(أ) {(٣ ، ٤)} (ب) {(٤ ، ٣)} (ج) ع (د) $\emptyset$

---

⑬ مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، ص − ٥ = ٠ في ع × ع هي ....

(أ) {(−٥ ، ٥)} (ب) {(٥ ، −٥)} (ج) {(٥ ، ٥)} (د) {(−٥، −٥)}

---

⑭ مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ٠ ، س ص = ٩ في ع × ع هي ....

(أ) {(٠، ٠)} (ب) {(٣، ٣)}

(ج) {(−٣، −٣)} (د) {(٣، ٣) ، (−٣، −٣)}

---

⑮ عددان موجبان مجموعهما ٧ ،حاصل ضربهما ١٢ **فإن :** العددين هما ....

(أ) ٢ ، ٥ (ب) ٢ ، ٦ (ج) ٣ ، ٤ (د) ١ ، ٦

★ الوحدة الثانية :

⑯ إذا كانت : ص(د) = {٢} ، د(س) = $س^{٣}$ − م **فإن :** م = ...

(أ) $\sqrt[3]{٢}$ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

---

⑰ إذا كانت : د(س) = $\frac{س - ٣}{س + ٢}$ **فإن :** ص(د) = ...

(أ) {٣} (ب) ع − {−٢} (ج) {−٢} (د) {٣، −٢}

---

⑱ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{-٣}{س - ٢}$ هو ....

(أ) ع − {٢} (ب) ع − {٣} (ج) ٢ (د) $\emptyset$

(١٩) مجموعة أصفار الدالة د : د $(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$ هي ....

(أ) {٢ ، −٢} (ب) {−٢} (ج) {−١} (د) {٢ ، −١}

---

(٢٠) إذا كانت : س = −١ أحد أصفار الدالة د : د$(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - \text{ك}}{\text{س}^{٢} - ٢٥}$ فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) −٣ (د) −٦

---

(٢١) مجال الدالة ن : ن$(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٧}{٣(\text{س} + ١)}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {١} (ج) ح − {−١ ، ٣} (د) ح − {−١}

---

(٢٢) المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢}{\text{س} - ٣}$ ، $\frac{٧}{\text{س} - ٦}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {٣ ، ٦} (ج) ح − {٣} (د) ح − {٦}

---

(٢٣) إذا كان : ن$_{١}(\text{س}) = \frac{-٧}{\text{س} + ٢}$ ، ن$_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} - \text{ك}}$ ،وكان المجال المشترك للدالتين ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$ هو ح − {−٢ ، ٧} فإن : ك = ...

(أ) ٧ (ب) −٧ (ج) −٢ (د) ٢

---

(٢٤) إذا كان : ن$_{١}(\text{س}) = \frac{١ + \text{أ}}{\text{س} - ٢}$ ، ن$_{٢}(\text{س}) = \frac{٤}{\text{س} - ٢}$ ،وكان ن$_{١}$(س) = ن$_{٢}$(س)

فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

---

(٢٥) أبسط صورة للدالة د : د$(\text{س}) = \frac{٤ - \text{س}}{\text{س} - ٤}$ حيث س ≠ صفر هي ....

(أ) ٤ (ب) −٤ (ج) ١ (د) −١

---

(٢٦) إذا كان أبسط صورة للكسر الجبري ن$(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٤}{\text{س}^{٢} - \text{أ}}$ هي $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س} + ٢}$

فإن : أ = ...

(أ) −٤ (ب) ٤ (ج) −٢ (د) ٢

---

(٢٧) إذا كان : ن$(\text{س}) = \frac{٣}{\text{س}} + \frac{\text{س}}{٣}$ فإن : مجال ن هو ....

(أ) ح − {٣ ، ٠} (ب) ح − {٠} (ج) ح − {٣} (د) ح

٢٨ إذا كان : س $\neq$ صفر **فإن** : ر(س) = $\frac{\text{٥س}}{\text{س}^{٢}+\text{١}} \div \frac{\text{س}}{\text{س}^{٢}+\text{١}}$ = ...

(أ) -٥ (ب) -١ (ج) ١ (د) ٥

---

٢٩ إذا كانت : س $\neq$ ١ **فإن** : د(س) = $\frac{\text{س}+\text{١}}{\text{س}-\text{١}} + \frac{\text{س}-\text{١}}{\text{س}-\text{١}}$ = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{\text{٢}}{\text{٢س}-\text{٢}}$ (ج) $\frac{\text{٢}}{\text{س}-\text{١}}$ (د) $\frac{\text{١}}{\text{س}-\text{١}}$

---

٣٠ المعكوس الجمعي للكسر : $\frac{\text{٣}}{\text{س}^{٢}+\text{١}}$ هو ....

(أ) $\frac{-\text{٣}}{\text{س}^{٢}+\text{١}}$ (ب) $\frac{\text{س}^{٢}+\text{١}}{\text{٣}}$ (ج) $\frac{\text{س}^{٢}+\text{١}}{-\text{٣}}$ (د) $\frac{\text{٣}}{\text{س}^{٢}-\text{١}}$

---

٣١ يكون للدالة د : د(س) = $\frac{\text{س}+\text{٣}}{\text{س}-\text{٤}}$ معكوس جمعي في المجال ....

(أ) ح - {-٣} (ب) ح - {-٣، ٣} (ج) ح - {٤، ٣} (د) ح - {٤}

---

٣٢ إذا كان للكسر الجبري : $\frac{\text{س}-\text{م}}{\text{س}+\text{٥}}$ معكوس ضربى هو $\frac{\text{س}+\text{٥}}{\text{س}+\text{٣}}$

فإن : م = ...

(أ) ٣ (ب) -٥ (ج) -٣ (د) ٥

---

٣٣ إذا كان : ر(س) = $\frac{\text{س}+\text{٢}}{\text{س}-\text{٣}}$ **فإن** : مجال $\text{ر}^{-١}$ هو ....

(أ) {٠} (ب) ح - {-٢ ، ٣} (ج) ح - {٣} (د) ح

---

٣٤ إذا كان : ر(س) = $\frac{\text{س}-\text{١}}{\text{س}+\text{٢}}$ **فإن** : $\text{ر}^{-١}$(١) ....

(أ) تساوي -١ (ب) تساوي صفر (ج) تساوي ٣ (د) غير معرفة

★ الوحدة الثالثة :

٣٥ احتمال الحدث المستحيل = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ (ج) $\varnothing$ (د) صفر

---

٣٦ إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة **فإن** : احتمال ظهور صورة أو كتابة = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ (ج) $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ (د) صفر

(٣٧) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم **فإن :** احتمال ظهور عدد أقل من ٣ = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٣٨) إذا كان : احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥٪ **فإن :** احتمال عدم وقوع الحدث أ = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

(٣٨) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما

فإن : ل(أ $\cap$ ب) = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\emptyset$ (د) صفر

(٣٩) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين **فإن :** ل(أ − ب) = ...

(أ) صفر (ب) ل(أ) (جـ) ل(ب) (د) ل(أ $\cup$ ب)

(٤٠) إذا كانت : أ $\subset$ ب **فإن :** ل(أ $\cap$ ب) = ...

(أ) ل(أ) (ب) ل(ب) (جـ) صفر (د) $\emptyset$

(٤١) إذا كانت : أ $\subset$ ب **فإن :** ل(أ $\cup$ ب) = ...

(أ) ل(أ) (ب) ل(ب) (جـ) ل(أ $\cap$ ب) (د) صفر

(٤٢) إذا كانت : أ $\subset$ ب **فإن :** ل(أ − ب) = ...

(أ) ل(أ) (ب) ل(ب) (جـ) ل(أ $\cap$ ب) (د) صفر

(٤٣) إذا كانت : أ $\subset$ ف لتجربة عشوائية ما ، ل($\bar{أ}$) = ٢ ل(أ) **فإن :** ل(أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

(٤٤) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين ، وكان ل(أ)= ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٣

فإن : ل(أ $\cup$ ب) = ...

(أ) ٠,١ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٥

(٤٥) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، وكان

ل(أ)= $\frac{١}{٣}$ ، ل(أ $\cup$ ب) = $\frac{٧}{١٢}$ **فإن :** ل(ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(٤٦) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، وكان

ل(أ) = ٠,٧ ، ل(أ − ب) = ٠,٥ **فإن :** ل(أ $\cap$ ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢